

# **Análise da estabilidade de taludes usando técnicas de busca automática**

Nayrube Petrine de Oliveira<sup>a,1</sup>, Sylvia Regina Mesquita de Almeida<sup>a,2</sup>

<sup>a</sup> Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil

<sup>1</sup> nayrube.oliveira@gmail.com, <sup>2</sup> sylvia@eec.ufg.br

Palavras-chave: Talude. Estabilidade. Superfície crítica. Busca automática.

## **1 INTRODUÇÃO**

Talude é um nome genérico dado a superfícies de solo ou rocha que formem um ângulo com o plano horizontal de referência. Podem ser de origem natural, como no caso de encostas, ou artificial, como os taludes de cortes e aterros. O principal problema que envolve essas estruturas geotécnicas refere-se à análise de sua estabilidade, relacionada a movimentações de massas de solo. A literatura apresenta trabalhos recentes visando desenvolver ou aplicar métodos para esse fim (GRIFFITHS, 2004 e ADIRANO, 2009).

O problema de análise da estabilidade de taludes (AET) envolve a obtenção de um fator de segurança (FS), incógnita que representa o quão distante da ruptura encontra-se a massa de solo. O FS pode ser definido como a razão entre as forças de resistência à ruptura e as forças atuantes tangencialmente à superfície de ruptura. Se o fator de segurança for igual à unidade, tem-se um estado de Equilíbrio Limite, onde o talude encontra-se na eminência do colapso. FS maiores que a unidade indicam um talude estável.

A análise da estabilidade de taludes (AET) pode ser feita segundo três técnicas principais. A primeira é a análise elasto-plástica, usando métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) em sua formulação não linear. Nesse caso trabalha-se com análise incremental iterativa, o que geralmente envolve grande esforço computacional (WHEELER; SIVAKUMAR, 1995, entre outros). A segunda técnica é composta pelos métodos de equilíbrio limite. Esses métodos podem ser utilizados em sua abordagem clássica de análise de tensões segundo a teoria da elasticidade (BICALHO, 1991, entre outros) ou associados a técnicas numéricas, como o MEF, para essa análise (STIANSON, 2008 e ADRIANO, 2009, entre outros). No segundo caso, a abordagem une a generalidade da técnica numérica (MEF) com a simplicidade de formulação dos métodos de equilíbrio limite.

---

<sup>1</sup> Orientando

<sup>2</sup> Orientador

Destaca-se ainda que, mesmo usando a análise de tensões em regime elástico-linear os métodos de equilíbrio limites aperfeiçoados têm apresentado bons resultados. Finalmente, têm-se as técnicas de análise limite, que se baseiam nos teoremas limites para corpos rígido-plásticos, atualmente usadas em associação com o MEF (FARFÁN, 2000 e PACHÁS, 2009). Embora de custo computacional menor que o da análise elasto-plástica, essa técnica ainda sofre com problemas de estabilidade dos algoritmos de otimização. Além disso, só é indicada se a fase elástica puder ser desconsiderada em relação à fase plástica.

As sistemáticas tradicionais de AET via métodos de equilíbrio limite envolvem um processo de tentativa e erro, onde a obtenção do fator de segurança mínimo é feita para uma superfície de colapso estimada com base na experiência do projetista. O procedimento tradicional consiste em alterar sucessivamente os parâmetros da superfície e refazer a análise para obtenção do menor fator de segurança e sua correspondente superfície crítica. Trata-se, portanto, de um processo iterativo limitado pela habilidade do projetista em estabelecer as situações de teste e pela velocidade em que cada análise é executada. São problemas característicos dessa sistemática a incerteza de que o fator de segurança mínimo foi obtido e o tempo entre as sucessivas análises decorrentes do reprocessamento de informações.

## **2 OBJETIVOS**

Objetivo principal deste estudo é a obtenção da superfície crítica, que apresenta o menor fator de segurança, de um talude usando o método do equilíbrio limite aperfeiçoado. Para tanto será usada a implementação do método do equilíbrio limite aperfeiçoado desenvolvida por Adriano (2009), que fornece o fator de segurança do talude para uma determinada superfície. Em associação, será usado o algoritmo de busca desenvolvido por Soares (2010), que permite obter, dentre um conjunto de superfícies possíveis, a crítica.

## **3 METODOLOGIA**

A metodologia desenvolvida neste trabalho engloba a análise de tensões pelo MEF, executada pelo programa comercial FlexPDE (PDE SOLUTIONS, 2007), seguida pela análise do fator de segurança executado pelo programa SAFE3D (ADRIANO, 2009). A determinação da superfície de ruptura crítica é feita por meio de um algoritmo de busca exaustiva em que todas as soluções possíveis são pesquisadas para um conjunto de variáveis de projeto. Os conceitos envolvendo essa busca foram desenvolvidos por (SOARES, 2010).

### 3.1 Análise tridimensional de tensões e deformações

O estado de tensões em um ponto de um corpo tridimensional no sistema cartesiano encontra-se representado na Figura 1.

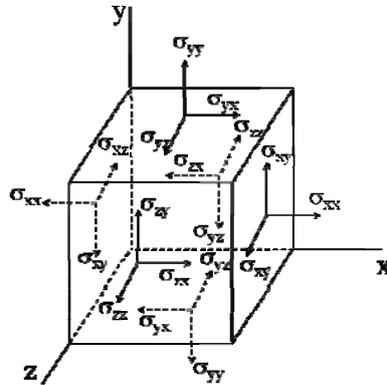


Figura 1. Tensões em um elemento infinitesimal no sistema de coordenadas cartesiano.

As tensões podem ser representadas em forma matricial por um vetor  $\boldsymbol{\sigma}$  com seis componentes. Ao tensor de tensões corresponde um tensor de deformações. Considerando-se o sistema de coordenadas cartesianas, os vetores que representam os estados de tensão,  $\boldsymbol{\sigma}$ , e de deformação,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , e o vetor deslocamentos  $\mathbf{u}$ , são apresentados em (1), (2) e (3), respectivamente, em sua forma transposta:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz} \rangle \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \langle \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz} \rangle \quad (2)$$

$$\mathbf{u}^T = \langle u \quad v \quad w \rangle \quad (3)$$

Onde:  $\sigma_i$  é a tensão normal atuando no plano- $i$ , na direção- $i$ ;  $\tau_{ij}$  é a tensão cisalhante atuando no plano- $i$ , na direção- $j$ ;  $\varepsilon_i$  é a deformação normal no plano- $i$ , na direção- $i$ ;  $\gamma_{ij}$  é a deformação transversal no plano- $i$ , na direção- $j$ ;  $u$  é a translação na direção- $x$ ;  $v$  é a translação na direção- $y$ ; e  $w$  é a translação na direção- $z$ . Nesta definição os índices  $i$  e  $j$  variam de 1 a 3, representando os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente

A relação tensão-deformação em forma matricial é apresentada em (4). A matriz constitutiva elástica,  $\mathbf{D}$ , apresentada em (5).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)} \begin{bmatrix} 1 - \mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1 - \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1 - \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\mu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Onde:  $\mu$  é o coeficiente de Poisson; e  $E$  é o módulo de elasticidade.

As equações de compatibilidade, dadas pelas relações deformação-deslocamento, são representadas em forma matricial pela equação (6), na qual  $\nabla$  é o operador diferencial apresentado em (7).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \mathbf{U} \quad (6)$$

$$\nabla = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (7)$$

As equações de equilíbrio estático para um sistema tridimensional submetidos a forças de corpo  $b_i$  são dadas pelas equações diferenciais apresentadas de (8) a (10).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z = 0 \quad (10)$$

As equações diferenciais parciais que governam o equilíbrio em um sistema tridimensional são obtidas substituindo-se as equações de compatibilidade (6) nas equações

constitutivas (4) e, a seguir, substituindo-se os resultados nas equações de equilíbrio (8) a (10). Obtêm-se as equações diferenciais do problema escritas em termos de deslocamentos, apresentadas de (11) a (13).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + b_x = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + b_y = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \frac{\partial w}{\partial z} \right] + b_z = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

As equações diferenciais (11) a (13) são introduzidas no programa FlexPDE (PDE SOLUTIONS, 2007), que realiza a análise de tensões pelo Método dos Elementos Finitos.

### 3.2 Análise de tensões via MEF

As tensões são determinadas pelo Método dos Elementos Finitos, que pode ser encarado como um método de obtenção de soluções aproximadas das equações diferenciais (11) a (13). A cada nó da malha de elementos finitos com coordenadas  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  estão associados os deslocamentos  $\hat{u}_i$ ,  $\hat{v}_i$ , e  $\hat{w}_i$ , respectivamente. Os deslocamentos em qualquer ponto no interior do elemento são descritos em função dos deslocamentos de seus nós como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}} \quad (14)$$

Onde:  $\mathbf{u}$  é o vetor de deslocamentos no interior do elemento;  $\mathbf{N}$  é a matriz das funções de interpolação; e  $\hat{\mathbf{u}}$  é o vetor de deslocamentos nodais do elemento.

Admite-se aqui um comportamento linear elástico, ou seja, as tensões variam linearmente com as deformações. Aplicando-se a equação (14) à equação (6), obtêm-se a equação de compatibilidade (15) do sistema discreto, com  $\mathbf{B}$  definida em (16).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (15)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \mathbf{N} \quad (16)$$

O vetor de deslocamentos nodais do elemento,  $\hat{\mathbf{u}}$ , é um subconjunto do vetor de deslocamentos nodais da estrutura,  $\mathbf{U}$ . Substituindo-se (14) em (4), obtêm-se as tensões no interior do elemento (17).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \quad (17)$$

A matriz de rigidez do elemento,  $\mathbf{K}_e$ , é então definida por (18) e a matriz de rigidez da estrutura é formada pela montagem das matrizes dos elementos nas posições relativas aos seus respectivos graus de liberdade.

$$\mathbf{K}_e = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (18)$$

Assim obtêm-se a equação de equilíbrio do sistema discreto (19), que é a representação matricial do sistema de equações algébricas cuja solução são os deslocamentos nodais da estrutura,  $\mathbf{U}$ .

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (19)$$

Onde  $\mathbf{F}$  representa o vetor das forças nodais da estrutura,  $\mathbf{U}$  representa os deslocamentos nodais da estrutura no sistema global de coordenadas; e  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez da estrutura.

### 3.3 Fator de segurança

O fator de segurança, FS, é a razão pela qual se deve reduzir a resistência ao cisalhamento de um solo, para trazer o maciço a um estado de equilíbrio limite (20). Portanto, o FS representa a estabilidade ou o colapso de uma determinada massa de solo. Valores de fator de segurança próximos de 1,0 indicam que a massa de solo se aproxima de uma condição de colapso, ou seja, as forças cisalhantes atuantes aproximam-se das resistentes. Valores maiores que 1,0 indicam que o talude encontra-se estável.

$$FS = \frac{R}{S} \quad (20)$$

Onde:  $R$  é a resultante das forças resistentes ao movimento de ruptura; e  $S$  é a resultante das forças atuantes a favor do movimento de ruptura.

Os métodos de equilíbrio limite baseiam-se na divisão da parcela do maciço de solo acima da superfície de ruptura em fatias (Figura 2) e fazem uso das equações da estática para representar o comportamento do solo durante a ruptura do talude. Nas diversas variações clássicas deste método, as análises são de natureza indeterminada, uma vez que o número de variáveis envolvidas é maior que o número de equações válidas. Para contornar a indeterminação, o método das fatias utiliza hipóteses relativas à locação da superfície de ruptura e à relação de forças entre as fatias.

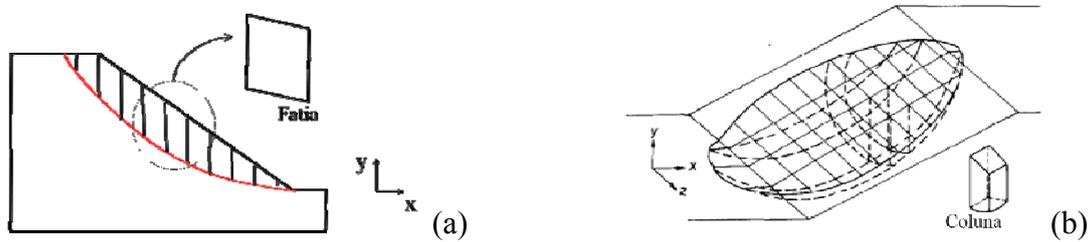


Figura 2. Divisão do maciço de solo em fatias: (a) análise 2D; (b) análise 3D.

Os métodos do equilíbrio limite de fatias são muito empregados em análises bidimensionais devido à sua simplicidade e ao fato de apresentarem resultados aceitáveis em um grande número de problemas práticos da engenharia. Nos casos em que é necessária uma análise tridimensional, a formulação do método clássico de fatias traz dificuldades. A Figura 2b apresenta uma esquematização do método de Chen e Chameau (1982) o qual é uma expansão do método de Bishop (1955).

Nos métodos aperfeiçoados de equilíbrio limite, obtém-se a distribuição das tensões normais e cisalhantes ao longo da superfície de ruptura por meio de um método numérico como o MEF. Nessa abordagem, as hipóteses com relação às forças entre as fatias são desnecessárias. Este trabalho considera a superfície de ruptura como um elipsóide, ao longo do qual são tomadas tensões. As tensões normais são calculadas por (21).

$$\sigma_n = \sigma_x a_{11}^2 + \sigma_y a_{21}^2 + \sigma_z a_{31}^2 + 2 \tau_{xy} a_{11} a_{21} + 2 \tau_{yz} a_{21} a_{31} + 2 \tau_{zx} a_{31} a_{11} \quad (21)$$

Onde  $a_{ij}$  indicam os cossenos diretores da normal à superfície, com o primeiro sub-índice indicando as direções  $x$ ,  $y$ , e  $z$  e o segundo sub-índice a direção normal à superfície.

As tensões normais e cisalhantes atuantes são determinadas pela análise via MEF, que fornece as tensões efetivas no interior do elemento. Com uso das funções de interpolação,  $N$ , determina-se então, para os elementos interceptados pela superfície de ruptura, as tensões atuantes normais,  $\sigma_n$ , e tangenciais,  $\tau_a$ , à superfície de ruptura (equações 17 e 21).

A resistência ao cisalhamento é determinada pelo critério de Mohr-Coulomb. O critério de Coulomb diz que não há ruptura se a tensão de cisalhamento não passar o valor dado pela expressão (22), o que define a reta apresentada na Figura 3a.

$$\tau \leq c + \phi \sigma_n \quad (22)$$

Sendo:  $c$  é a coesão;  $\phi$  é o coeficiente de atrito interno; e  $\sigma_n$  é a tensão normal existente no plano de cisalhamento.

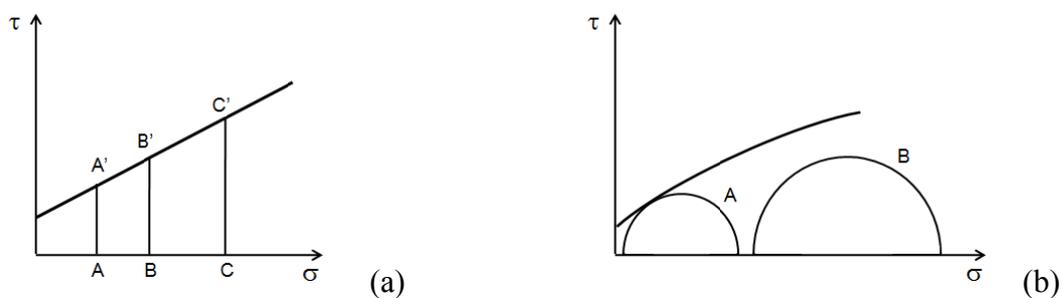


Figura 3. Critérios de ruptura (a) Coulomb; (b) Mohr.

O critério de Mohr indica que o solo não se rompe enquanto o círculo representativo das tensões estiver no interior da envoltória dos círculos relativos ao estado de ruptura observado experimentalmente para o material. A envoltória é curvilínea, conforme mostra a Figura 3b. Observando-se a Figura 3, percebe-se a notável semelhança entre os critérios de Coulomb e de Mohr, onde o coeficiente de atrito interno  $\phi$ , pode ser expresso como a tangente do ângulo de atrito interno.

Os critérios mencionados indicam a importância da tensão normal no plano de ruptura. O plano de ruptura ocorre num plano que faz um ângulo igual a  $(45^\circ + \phi / 2)$ , com os planos principais em que estiverem agindo a tensão normal (indicada pelo segmento AB na Figura 4) e a tensão cisalhante (indicada pelo segmento BC na Figura 4). No segmento DE observa-se a tensão cisalhante máxima. Neste plano, a tensão normal AD garante uma resistência ao cisalhamento superior à tensão cisalhante atuante.

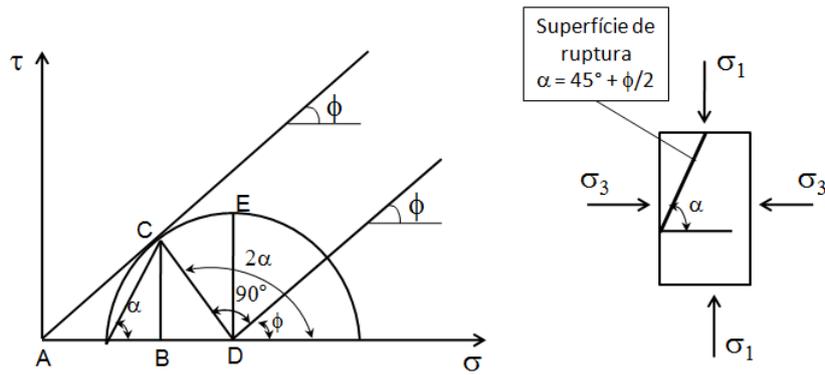


Figura 4. Análise do estado de tensões no plano de ruptura.

Pelo critério de Mohr-Coulomb, a resistência ao cisalhamento para solos não saturados é dada por (23). Quando o solo se torna saturado a expressão se reduz a (24).

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi_b \quad (23)$$

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' \quad (24)$$

Onde:  $\tau_f$  é a tensão cisalhante resistente;  $\sigma_n$  é a tensão normal atuante;  $c'$  é a coesão efetiva,  $u_a$  é a poro-pressão do ar,  $\phi'$  é o ângulo de atrito interno,  $u_w$  é a poro-pressão da água;  $\phi_b$  é o ângulo de atrito com respeito a mudanças na sucção matricial.

A tensão de cisalhamento atuante em qualquer ponto e a direção de deslizamento na base da superfície de ruptura são dadas pelo estado de tensões no ponto e pelos cossenos diretores da normal à superfície.

$$\tau_a = \sigma_x a_{11} a_{12} + \sigma_y a_{21} a_{22} + \sigma_z a_{31} a_{32} + \tau_{xy} (a_{11} a_{22} + a_{21} a_{12}) + \tau_{yz} (a_{21} a_{32} + a_{31} a_{22}) + \tau_{zx} (a_{31} a_{12} + a_{11} a_{32}) \quad (25)$$

Assim, a expressão genérica (20) transforma-se em:

$$F_s = \frac{R_{ff}}{S_{ff}} = \frac{\int_A \tau_{ff}^f dA}{\int_A \tau_a^d dA} \quad (26)$$

Onde:  $R_{ff}$  é a força total resistente ao longo da superfície de ruptura;  $S_{ff}$  é a força total cisalhante;  $\tau_{ff}^f$  é a resistência ao cisalhamento ao longo da superfície de ruptura, no estado de ruptura, e ao longo de uma direção de deslizamento assumida;  $\tau_a^d$  é a tensão de cisalhamento

atuante no plano de ruptura, ao longo de uma direção de deslizamento assumida;  $A$  é a área da superfície de ruptura.

O método do equilíbrio limite aperfeiçoado apresenta algumas vantagens se comparado ao método do equilíbrio limite convencional, tais como: a inclusão da relação tensão-deformação na análise e a equação do fator de segurança é determinada e linear. Nesse caso, não há necessidade de se fazer hipóteses com relação às forças inter-fatias e todas as equações de equilíbrio são satisfeitas, o que não se dá nos métodos tradicionais de equilíbrio limite. Assim, pode-se dizer que o método aperfeiçoado é mais acurado.

### 3.4 Busca pela superfície crítica

O algoritmo utilizado neste trabalho adota uma superfície elipsoidal para a obtenção da superfície crítica, cujo formato permite a representação espacial de vários mecanismos de ruptura do talude. Este formato deriva-se da rotação de uma elipse e permite representar superfícies alongadas tanto longitudinalmente quanto transversalmente em relação à face do talude. O elipsóide é definido pelas coordenadas de seu centro  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$ , pelas dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  dos semi-eixos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e pelo ângulo de rotação  $\theta$  em relação ao sistema de eixos cartesianos (Figura 5). A superfície de ruptura corresponde à parte inferior do elipsóide e sua equação geral à expressão (27).

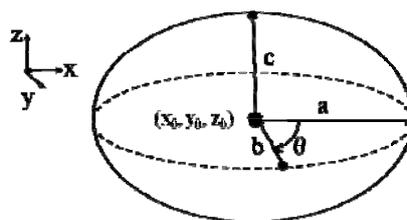


Figura 5. Parâmetros geométricos do elipsóide.

$$\frac{((x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \sin \theta)^2}{a^2} + \frac{((y - y_0) \cos \theta + (x - x_0) \sin \theta)^2}{b^2} + \frac{(z - z_0)^2}{c^2} = 1 \quad (27)$$

O sistema adotado para os semi-eixos neste trabalho foi o sistema cartesiano ( $\theta = 0$ ). Neste caso, a equação (27) reduz-se a:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 1 \quad (28)$$

Existem diversos métodos de busca da superfície de colapso correspondente ao FS mínimo para análises 2D. No entanto, são poucas as propostas de resolução deste problema em análises 3D. Neste trabalho foi analisado um método de busca da superfície crítica que estabelece como variáveis de projeto as coordenadas  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  do centro do elipsóide e as dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  de seus semi-eixos. A partir destes dados, são feitas sucessivas análises com as possibilidades de solução do problema, através de um mecanismo tipo força bruta. Para cada possibilidade calcula-se FS, obtendo-se, assim, seu valor mínimo.

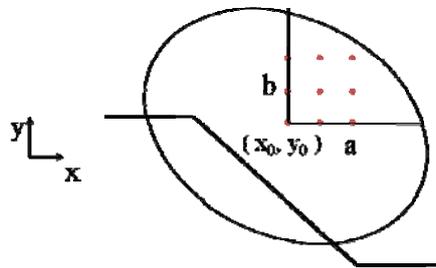


Figura 6. Representação bidimensional de um talude com superfície de ruptura elíptica.

O conjunto de possibilidades de variáveis de projeto, contendo as coordenadas do centro e as dimensões dos semi-eixos do elipsóide forma uma grade. A Figura 6 apresenta uma representação 2D de um talude, com superfície de ruptura em formato elíptico e mostra a grade formada pelo conjunto de possíveis centros e coordenadas de semi-eixos da elipse.

A fim de se evitar soluções sem significado físico, é necessário a adição de restrições que eliminem as soluções inadmissíveis. São condições de aceitabilidade da solução: a superfície de ruptura deve interceptar o plano inclinado do talude e o volume utilizado para modelagem do talude pelo MEF deve conter a superfície de ruptura.

### 3.5 Análise computacional

A análise elástica de tensões foi desenvolvida usando o programa FlexPDE, um construtor de modelos para o MEF e um solucionador numérico. A partir de uma descrição do problema pelo usuário, o programa executa as operações necessárias para transformar o sistema de equações diferenciais parciais (11) a (13) em um modelo de elementos finitos e resolver o sistema de equações (19).

Considerando-se as informações vindas da análise de tensões em regime elástico linear, estabelece-se uma rotina de busca da superfície ótima, que examina todas as combinações possíveis de um conjunto de variáveis de projeto definido pelo usuário. Caso a superfície seja considerada viável, procede-se o cálculo de seu fator de segurança. A cada iteração, o fator de segurança mínimo corrente é comparado com o fator de segurança obtido para a iteração e é por ele substituído, caso seu valor seja inferior ao mínimo corrente. O fator de segurança para cada combinação viável é feito através do programa SAFE3D (ADRIANO, 2009). Obtido FS mínimo e a correspondente superfície de ruptura, utiliza-se o programa TECPLOT (TECPLOT INC., 2006) para obter uma visualização gráfica da solução.

#### 4 EXEMPLO

O objetivo desta análise é obter a superfície crítica do talude plano apresentado na Figura 7a. Os parâmetros para análise de tensões são: módulo de Young de 20.000 kPa; peso específico do solo de 18 kN/m<sup>3</sup> e coeficiente de Poisson de 0,33. Consideraram-se ainda os seguintes parâmetros de resistência do solo: coesão efetiva de 40; ângulo de atrito efetivo igual a 10° e ângulo de atrito devido à sucção igual a 5°.

Ressalta-se que o valor do Módulo de Young não interfere nos resultados da análise, pois o talude é composto por um único material. Já o peso específico adotado determina o nível de tensões encontrado em todo o talude e o coeficiente de Poisson tem papel fundamental nas tensões horizontais obtidas.

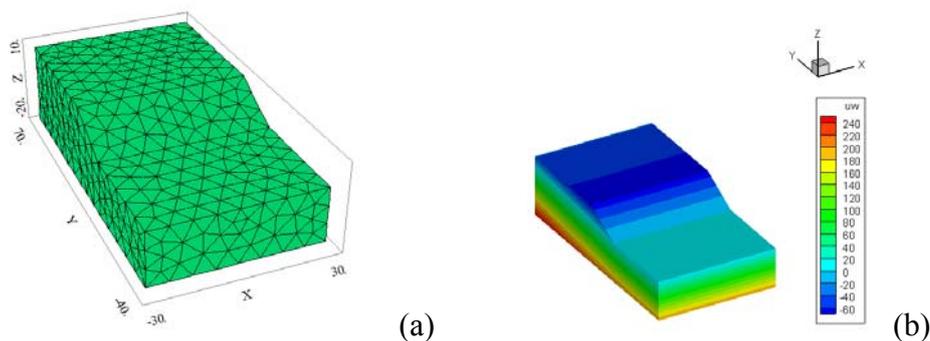


Figura 7. Talude plano para o qual se deseja obter a superfície crítica: (a) dimensões do talude e malha de elementos finitos; (b) resultados de poro-pressão.

A análise elástica de tensões feita pelo FlexPDE fornece a distribuição de poro-pressão, cuja distribuição é mostrada na Figura 7<sup>a</sup>, e de tensões, cuja distribuição é mostrada nas Figuras 8a a 8g.

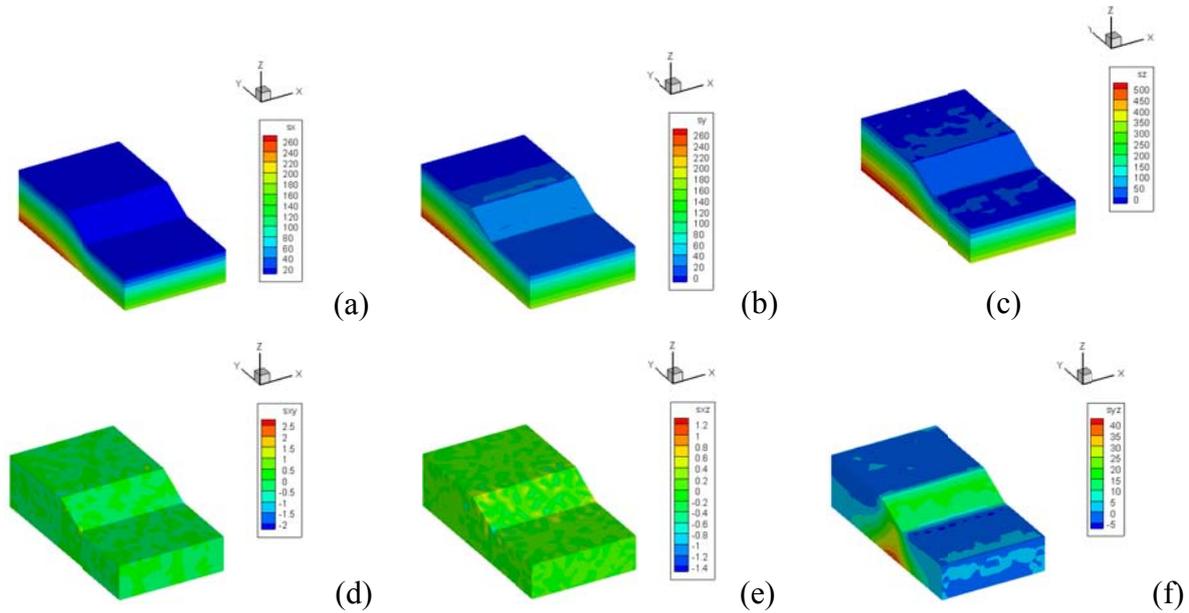


Figura 8. Resultados da análise de tensões (a)  $\sigma_x$ ; (b)  $\sigma_y$ ; (c)  $\sigma_z$ ; (d)  $\tau_{xy}$ ; (e)  $\tau_{xz}$ ; (f)  $\tau_{yz}$ .

A Figura 9 apresenta a superfície crítica. Traça-se um corte no ponto mais profundo da superfície em ( $x = 0$ ).

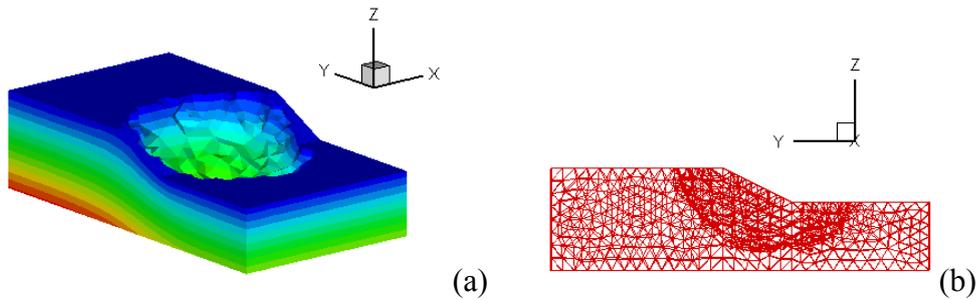


Figura 9. Superfície crítica: (a) Perspectiva; (b) Corte em  $x = 0$ .

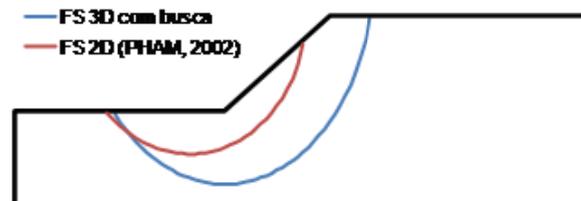


Figura 10. Comparação entre a superfície crítica obtida neste trabalho e a de Pham (2002).

A Figura 10 mostra a comparação entre um corte na superfície de ruptura crítica do talude plano analisado em  $x = 0$  e a superfície de ruptura da análise bidimensional apresentada por Pham (2002).

Para o problema analisado, o fator de segurança mínimo encontrado foi de 1.0001. O número de soluções possíveis do problema analisado é igual a 46656. Porém, com a inclusão das restrições, o número de soluções analisadas foi de 30870.

## 5 DISCUSSÃO

A ferramenta de busca automática apresentada no trabalho mostrou-se eficiente em relação ao objetivo de localizar a superfície crítica, embora a solução seja obtida com elevado custo computacional. Como esperado, a superfície crítica foi obtida com fator de segurança muito próximo à unidade.

A inclusão das restrições geométricas faz com que, em apenas 66% das soluções possíveis seja feita análise do FS. Ressalta-se que a qualidade da solução depende de quão refinada é a malha de dados que definem as variáveis de projeto ( $x_0, y_0, z_0, a, b, c$ ), mas não mais dependentes de uma busca aleatória da superfície crítica.

A fim de refinar o processo, pode-se fazer a análise em duas fases. Na primeira, utiliza-se uma grade de valores de variável de projeto bem espaçados, no qual poucas soluções são analisadas. O objetivo desta análise é apenas localizar grosseiramente a região de pesquisa. A seguir, em uma segunda análise, refina-se o conjunto das variáveis de projeto apenas em torno da melhor solução encontrada na primeira fase.

## 6 CONCLUSÕES

A ferramenta de busca automática apresentada no trabalho mostrou-se eficiente, embora a solução seja obtida com elevado custo computacional. Como a inclusão de restrições geométricas reduz o número de soluções para as quais é feita análise do FS. Isso mostra que há campo para prosseguimento das pesquisas, ao agregar ferramentas de otimização que promovam a busca por uma solução ótima analisando apenas um subconjunto das soluções viáveis. Com isso haveria uma redução ainda maior do tempo de procura.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADRIANO, P.R.R. **Análise Tridimensional de Estabilidade de Talude utilizando o Método de Equilíbrio Limite Aperfeiçoado**. 2009. 157f. Tese (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Geotecnia e Construção Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2009.

BICALHO, K.V. **Análise de Estabilidade de Encostas em Materiais Anisotrópicos utilizando o Método de Sarma (1979)**. 1991. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 1991.

BISHOP, A. W. The use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes. **Geotechnique**, Vol. 5, No. 1, pp. 7-17.

CHEN, R. H.; CHAMEAU, J. L. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. **Géotechnique**, p. 1-40, 1982.

FARFÁN, A.D. **Aplicação da Análise Limite a Problemas Geotécnicos modelados como meios contínuos Convencionais e meios de Cosserat**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2000.

GRIFFITHS, D. V.; FENTON, G. A. Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, vol. 130 n° 5, p. 507-518, 2004.

McCOMBIE P.; WILKINSON P. The use of the simple genetic algorithm in finding the critical factor of safety in slope stability analysis. **Computers and Geotechnics**, vol 29 n°8, p. 699-714, 2002.

PACHÁS, M.A.C. **Análise Limite com Otimizador de Grande Escala e Análise de Confiabilidade**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO, Rio de Janeiro, 2009.

PDE Solutions Inc. (2007). FlexPDE 5.0 - **Reference Manual**, Antioch, CA, USA.

PHAM, H. T. V. **Slope stability analysis using dynamic programming method combined with a finite element stress analysis**. 2002. Dissertação (Mestrado em Geotecnia), University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada 2002.

SOARES, M. C. S. **Busca da Superfície de Ruptura Crítica na Análise Tridimensional de Estabilidade de Taludes**. Tese (Mestrado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-graduação em Geotecnia e Construção Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2010.

STIANSON, J. R. **A Three - Dimensional Slope Stability Method Based on Finite Element Stress Analysis and Dynamic Programming**. 2008. 226 f. Tese (Doutorado em Geotecnia), University of Alberta - Department of Civil & Environmental Engineering Edmonton, Alberta 2008.

WHEELER, S. J.; SIVAKUMAR, V. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soils. **Geotechnique**, v. 45, n. 1, p. 35-53, 1995.