

# Cavidade Bimodal Dissipativa

Queirós, Iara Pereira de<sup>1</sup>, Cardoso, Wesley Bueno <sup>2</sup>Almeida, Norton Gomes de<sup>3</sup>.

**keywords:** Engenharia, Cavidade, Dissipação

## 1 Introdução

Os problemas que envolvem a interação dos átomos e dois modos de um campo eletromagnético armadilhado em uma cavidade com alto fator de qualidade têm recebido bastante atenção . Do ponto de vista teórico, as cavidades bimodais foram bastante estudadas . Por exemplo, em cite hafez92 o fenômeno de degenerescência e não degenerescência de dois modos comprimidos para um modelo generalizado de Jaynes-Cummings com um átomo de dois níveis; em [2] os autores mostram como preparar estados de W, estados GHZ, e two-qutrit entangled states usando multi-átomos em dois modos emaranhados ; em [3, 4, 5] esquemas para teletransporte um estado emaranhado de zero e um fóton de uma cavidade bimodal foram propostos; em [6, 7] os autores mostram como construir Hamiltoniano quadrático. Recentemente, as experiências com controle coerente de colisão atômica e emaranhamento controlado em cavidades bimodais tem sido realizado [8, 9], atraindo ainda mais atenção neste tópico. Deve ser anotada que todos os artigos mencionados acima não incluem efeito do ambiente, que tem um papel importante principalmente quando o tempo de decoerência tem que ser considerado decaimento de dois modos de uma cavidade QED foi considerado em Refs. [10, 11, 12], em todos utiliza-se a aproximação de Liouville. Em [10] o comportamento de um átomo de dois níveis que interagem com dois modos do campo eletromagnético em uma cavidade foi investigado, e os efeitos de decaimento da cavidade foram tratados numericamente para o caso especial de dois modos do campo preparados inicialmente no estado de vácuo comprimido. Na referência. [11] os autores estudaram a evolução de um átomo de dois níveis acoplados em dois modos de uma cavidade dissipativa, e na referência [12] os autores investigaram taxas de decaimento e estados robustos em um sistema composto por dois modos da cavidade na presença do mesmo reservatório. Neste trabalho nós revisitamos o problema de dois modos em uma cavidade dissipativa. Nosso modelo difere de [11] na questão de que nós consideramos um sistema com modos bosônicos em um ambiente dissipativo. Também difere de [10, 12] pois nosso modelo inclui dois modos bosônicos não interagentes sujeitos ao mesmo reservatório, um átomo de dois níveis interagindo fora da ressonância com um dos modos da cavidade bimodal.

## 2 Metodologia

A preparação do gato de Schrödinger é realizada de acordo como seguinte procedimento: Um átomo passa por  $R_1$  (zona de ramsey) que coloca o estado do átomo em uma superposição arbitrária  $C_+|\alpha\rangle_1 + C_-|\alpha\rangle_1$ . Passando pela cavidade, interage com o modo 1 previamente preparado no estado  $|\alpha\rangle_1$ .

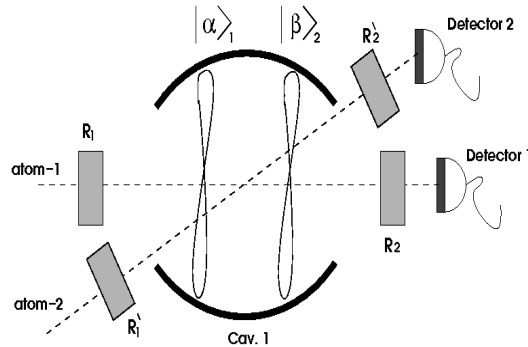


Figura 1: Esquema experimental de engenharia do gato de Schrödinger numa cavidade bimodal, utilizando Zonas de Ramsey  $R_1 e R_2 ('R_1 e' R_2)$

<sup>1</sup>Instituto de Física(UFG) / iarafis@gmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Goiás/wesleybcardoso@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Católica(UCG) / nortongomes@ucg.br

### 3 Resultados e Discussão

Nosso modelo do hamiltoniano é

$$H = H_0 + H_I \quad (1)$$

onde

$$H_0 = \sum_{j=1}^2 \hbar \omega_j a_j^\dagger a_j + \sum_k \hbar \omega_k b_k^\dagger b_k + \frac{\hbar \omega_0}{2} \sigma_z + \hbar a_1^\dagger a_1 \chi_1 \sigma_z, \quad (2)$$

e

$$H_I = \sum_k \sum_{j=1}^2 \hbar \left( \lambda_{jk} a_j^\dagger b_k + \lambda_{jk}^* a_j b_k^\dagger \right). \quad (3)$$

Aqui nós estamos considerando um átomo de dois níveis composto pelo estado ground  $|g\rangle$  e o excitado  $|e\rangle$ ,  $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ ,  $a_j^\dagger$  and  $a_j$  são respectivamente o operador criação e aniquilação para o  $j$ th modo da cavidade de frequência  $\omega_j$ , onde  $b_k^\dagger$  e  $b_k$  são os operadores análogos para o  $k$ th modo do reservatório,  $\omega_k$  e  $\lambda_{jk}$  correspondem a frequência e o acoplamento com o modo  $j = 1, 2$ . O parâmetro de acoplamento átomo campo é  $\chi_1 = \frac{g^2}{\delta_1}$ , onde  $g$  é a frequência de Rabi e  $\delta_1 = (\omega_1 - \omega_0)$  é a diferença entre a frequência do campo  $\omega_1$  e a frequência atômica  $\omega_0$ . Note que a interação dispersiva ocorre somente no modo 1. Isto é muito importante para preparar a superposição de estados coerentes [14]. Usando a relação de completude para ambos átomo e campo dada pelos estados coerentes, o vetor de estado de Schrödinger com o hamiltoniano dado pela Eq.(1) pode ser escrita como

$$|\Phi(t)\rangle = |g\rangle |\phi_\ell(t)\rangle + |e\rangle |\phi_\ell(t)\rangle \quad (4)$$

onde  $|\phi_\ell(t)\rangle = \int \frac{d^2\alpha_1}{\pi} \int \frac{d^2\alpha_2}{\pi} \int \left\{ \frac{d^2\beta_k}{\pi} \right\} \mathcal{A}_\ell(\alpha_1, \alpha_2, \{\beta_k\}, t) |\alpha_1, \alpha_2, \{\beta_k\}\rangle$ ,  $\ell = 1, 2$ . Devido a ortogonalidade dos estados atômicos e as Eqs.(1-4) nós obtemos a equação desacoplada de Schrödinger dependente do tempo

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\phi_\ell(t)\rangle = H_\ell |\phi_\ell(t)\rangle, \quad (5)$$

onde  $H_\ell = H_{\ell 0} + H_I$ , e

$$H_{\ell 0} = \hbar(\omega_{1\pm\chi}) a_1^\dagger a_1 + \hbar \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \sum_k \hbar \omega_k b_k^\dagger b_k \quad (6)$$

Devemos notar que o problema tem sido reduzido àquele de uma dissipação de dois modos do campo da cavidade cuja frequência  $\omega_1$  do modo 1 foi deslocado por  $-\chi$  ( $\chi$ ) ao interagir com o estado ground (excitado) do átomo. Para resolver o problema de evolução de um estado inicial arbitrário preparado em um dos modos nós usamos uma aproximação diferente daquela utilizada pelos Refs. [10, 11, 12]. Em vez de seguir a evolução de dois modos em uma só vez, nós tratamos diretamente do modo de interesse, aqui estamos considerando o modo 1. Uma maneira conveniente de executar isto pode ser feita pelo método de redução do operador densidade [13]. Para esta finalidade nós calculamos primeiramente a função característica  $G$  na ordem normal, então a representação de Glauber-Sudarshan  $P$ , e finalmente o operador reduzido da densidade  $\rho_1(t)$  para o modo 1. A função de  $G$  para o modo 1 na representação de Heisenberg

$$G(\eta, \eta^*, t) = \text{Tr}_{2R} \left\{ \rho_{12R}(0) \exp \left[ \eta a_1^\dagger(t) \right] \exp \left[ -\eta^* a_1(t) \right] \right\}, \quad (7)$$

onde  $\rho_{12R}(0)$  é o operador densidade para o qual o sistema é composto pelos modos 1,2 e o reservatório no instante  $t = 0$ . A representação de Glauber-Sudarshan  $P$  é dada pela transformada de Fourier da função característica  $G$ :

$$P(\xi, \xi^*, t) = \int G(\eta, \eta^*, t) \exp(-\eta \xi^* + \eta^* \xi) \frac{d^2\eta}{\pi^2}, \quad (8)$$

Quando o operador densidade reduzido para o modo 1 do estado do campo da cavidade for dado pela representação diagonal de  $P(\xi, \xi^*, t)$  teremos

$$\rho_1(t) = \int P(\xi, \xi^*, t) |\xi\rangle \langle \xi| d^2\xi. \quad (9)$$

Para aplicar este método devemos resolver as equações de Heisenberg para os modos  $a_j$  correspondendo a Hamiltoniana dada pela Eq.(6) e em seguida substituir na Eq.(7)

$$\dot{a}_j = -i\omega_{j\ell}a_j - i\sum_k \lambda_{ik}^* b_k \quad (10)$$

$$\dot{b}_k = -i\omega_k b_k - i\sum_{i=1}^2 \lambda_{ik} a_i \quad (11)$$

onde  $\omega_{j\ell} = (\omega_1 \pm \chi)$  if  $j = 1$  e o sinal de menos depende do estado inicial do estado atômico, ou  $\omega_{j\ell} = \omega_2$  if  $j = 2$ . As Eqs.(10-11) podem ser resolvidas através das transformadas de Laplace. para fazer isto,

multiplicamos ambos os lados de Eqs.(10-11) por  $\exp(-st)$ , integrando de 0 a  $\infty$  e o valor da transformada de Laplace utilizando a aproximação de Wigner-Weisskopf [13]

$$\sum_k \frac{\lambda_{kj}^* \lambda_{kj'}}{s + i\omega_k} \rightarrow i\Delta\omega_{jj'} + \frac{\gamma_{jj'}}{2}; \quad j, j' = 1, 2$$

onde  $\Delta\omega_{jj}$ ,  $\gamma_{jj}$  denota a diferença na energia e a taxa de decaimento do modo  $j$ , respectivamente, e  $\Delta\omega_{jj'}$ ,  $\gamma_{jj'}$  ( $j \neq j'$ ) que correspondem o deslocamento cruzado na energia e a taxa de decaimento cruzada [12] para os modos 1,2. O resultado para os modos 1 and 2 são

$$a_1(t) = u_{11}(t)a_1(0) + u_{12}(t)a_2(0) + \sum_k \vartheta_{1k}(t)b_k(0), \quad (12)$$

$$a_2(t) = u_{22}(t)a_2(0) + u_{21}(t)a_1(0) + \sum_k \vartheta_{2k}(t)b_k(0), \quad (13)$$

onde

$$\begin{aligned} u_{11}(t) &= \exp\left[-\frac{(A+B)}{2}t\right] \left[ \frac{(B-A)}{\sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}} \sinh\left(\sqrt{\frac{(B-A)^2 + 4|C|^2}{2}}t\right) + \cosh\left(\sqrt{\frac{(B-A)^2 + 4|C|^2}{2}}t\right) \right] \\ u_{12}(t) &= -\exp\left[-\frac{(A+B)}{2}t\right] \left[ \frac{2C}{\sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}} \sinh\left(\sqrt{\frac{(B-A)^2 + 4|C|^2}{2}}t\right) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

e

$$\begin{aligned} \vartheta_{1k}(t) &= i(\lambda_{k2}^* C - \lambda_{k1}^* - \lambda_{k1}^* B) \left\{ \frac{\exp\left\{-\left[\frac{(A+B) - \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2}\right]t\right\}}{\left(\frac{-(B+A) + \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2} + i\omega_k\right)\sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}} \right. \\ &\quad + \frac{\exp\left\{-\left[\frac{(A+B) + \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2}\right]t\right\}}{\left(\frac{(B+A) + \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2} - i\omega_k\right)\sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}} \\ &\quad \left. - \frac{\exp(-i\omega_k t)}{\left(\frac{(B+A) + \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2} - i\omega_k\right)\left(\frac{-(B+A) + \sqrt{(B-A)^2 + 4|C|^2}}{2} + i\omega_k\right)} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

com

$$A = i(\omega_1 \pm \chi + \Delta\omega_1) + \gamma_{11}/2 \quad (17)$$

$$B = i(\omega_2 \pm \chi + \Delta\omega_2) + \gamma_{12}/2 \quad (18)$$

$$C = -i\Delta\omega_{12} - \gamma_{12}/2 \quad (19)$$

Para obter  $\rho_1(t)$  para um estado inicial arbitrário  $\sum_{n,m} C_{nm} |m\rangle_1 |n\rangle_2$ , podemos escrever isto de uma forma mais geral:

$$\rho_{12R}(0) = \sum_{n,m,j,k} \int d^2\alpha_1 d^2\alpha_2 d^2\beta_1 d^2\beta_2 C_{nmjk} |\alpha_1\rangle_{11} \langle\alpha_2| |\beta_1\rangle_{22} \langle\beta_2| \int \{d^2\gamma_k\} P(\{\gamma_k\}) |\{\gamma_k\}\rangle_R \langle\{\gamma_k\}| \quad (20)$$

onde os modos 1 e 2 são expandidos em termos dos estados coerentes e o reservatório térmico no estado térmico  $\sum_k p_k |n_k\rangle_R \langle n_k|$  onde  $\langle n_k \rangle = 1/[\exp(\hbar\omega_k/kT) - 1]$ . Tendo a representação diagonal  $P(\{\gamma_k\}) =$

$\prod_k \frac{1}{\pi \langle n_k \rangle} \exp \left( -\frac{|\gamma_k|^2}{\langle n_k \rangle} \right)$ . A função característica do modo 1 correspondendo ao estado inicial dado pela Eq.(20), pode ser escrita como

$$G(\eta, \eta^*, t) = \sum_{n,m,j,k} \int d^2\alpha_1 d^2\alpha_2 d^2\beta_1 d^2\beta_2 C_{nmjk} \frac{1}{2} \langle \beta_2 | \beta_1 \rangle_{21} \langle \alpha_2 | \alpha_1 \rangle_1 \exp [-\eta^* u_{11}(t) \alpha_{01} + \eta u_{11}^*(t) \alpha_{02}^*] \times \\ \exp [-\eta^* u_{12}(t) \beta_{01} + \eta u_{12}^*(t) \beta_{02}^*] \prod_k \exp \left[ -|\eta|^2 |\vartheta_{1k}(t)|^2 \langle n_k \rangle \right], \quad (21)$$

A representação de Glauber- Sudarshan dada pela Eq.(8):

$$P(\xi, \xi^*, t) = \sum_{n,m,j,k} \int d^2\alpha_1 d^2\alpha_2 d^2\beta_1 d^2\beta_2 C_{nmjk} (\beta\alpha) \frac{1}{\pi D(t)} \frac{\langle \alpha_2 | \alpha_1 \rangle_{12} \langle \beta_2 | \beta_1 \rangle_2}{\pi D(t)} \times \\ \exp \left( -\frac{[\xi - u_{11}(t) \alpha_{01} - u_{12}(t) \beta_{10}] [\xi^* - u_{11}^*(t) \alpha_{02}^* - u_{12}^*(t) \beta_{20}^*]}{D(t)} \right) \quad (22)$$

onde  $D(t) = \sum |\vartheta_{1k}(t)|^2 \langle n_k \rangle$ . Considerando o estado inicial como  $\mathcal{N}_p (|\alpha(0)\rangle_1 + |-\alpha(0)\rangle_1) |\alpha(0)\rangle_2 |\{0\}\rangle_R$ , onde este é um exemplo do gato de Schrödinger estudado no Ref.[14] e fazendo  $D(t) = \sum |\vartheta_{1k}(t)|^2 \langle n_k \rangle$  tender a 0, e lembrando que  $\alpha_1, \alpha_2$  e  $\beta_1, \beta_2$  assumem os valores  $\pm\alpha$ , obtemos

$$\rho_1(t) = \frac{2 \langle \beta_{20} | \beta_{10} \rangle_2 \frac{1}{2} \langle \alpha_{20} | \alpha_{10} \rangle_1 |u_{11}(t) \alpha_{10} + u_{12}(t) \beta_{01}\rangle_1 \langle -u_{11}(t) \alpha_{20} + u_{12}(t) \beta_{02}|}{1 \langle -u_{11}(t) \alpha_{20} + u_{12}(t) \beta_{01} | u_{11}(t) \alpha_{10} + u_{12}(t) \beta_{02} \rangle_1}. \quad (23)$$

Mais alguma álgebra obtemos:

$$\rho_1(t) = \mathcal{N}_e \{ |[u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}\rangle_1 \langle [u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}| + |[-u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}\rangle_1 \langle [-u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}| \} \\ Z(t) \{ |[u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}\rangle_1 \langle [-u_{11}(t) + u_{12}(t)] \alpha_{10}| + h.c. \} \quad (24)$$

onde  $h.c.$  é o hermitiano conjugado e

$$Z(t) = \exp \left\{ -2|\alpha_0|^2 \left[ 1 - |u_{11}(t)|^2 - \frac{u_{12}(t)u_{11}^*(t)}{2} + \frac{u_{12}^*(t)u_{11}(t)}{2} \right] \right\} \quad (25)$$

Para sabermos o erro da preparação do gato de Schrödinger em um dos modos causado pelo ambiente e presença do outro modo devemos saber a fidelidade do processo definida como  $F = \frac{1}{\langle \Psi | \rho_1(t) | \Psi \rangle_1}$ , onde  $\rho_1(t)$  e  $|\Psi\rangle_1$  é o evoluído (mistura) e o preparado (ideal) SCS, respectivamente para o modo 1, então

$$F = \mathcal{N}_p^2 \mathcal{N}_e^2 e^{-(|\alpha(t)|^2 + |\alpha_0|^2)} \{ \cosh [\alpha_0^* \alpha(t) + \alpha_0 \alpha^*(t)] + \cosh \alpha_0^* \alpha(t) - \alpha_0 \alpha^*(t) \} [2 + z(t) + z^*(t)], \quad (26)$$

$\mathcal{N}_p = \frac{1}{[1 + e^{-2|\alpha_0|^2}]^{\frac{1}{2}}}$  e  $\mathcal{N}_e = \frac{1}{[2 + (z(t)e^{-2|\alpha(t)|^2} + hc)]^{\frac{1}{2}}}$  são os fatores de normalização da Fidelidade.

## 4 Conclusão

Neste trabalho calculamos a fidelidade de uma superposição de estado coerentes preparado em um dos modos de uma cavidade. Nosso resultado indica que a fidelidade é muito boa quando o número médio de fótons é da ordem de uma unidade.

## Referências

- [1] A. M. Abdel-Hafez, Phys. Rev. A **45**, 6610 (1992).
- [2] Asoka Biswas, G. S. Agarwal, J. Mod. Opt. **51**, 1627 (2004).
- [3] A. T. Avelar, G. Pires, N. G. de Almeida, and B. Baseia, Phys. Rev. A **70**, 025803 (2004);
- [4] A. T. Avelar, B. Baseia, N. G. de Almeida, Wesley B. Cardoso, Phys. Rev. A **72**, 045802 (2005).
- [5] Zhen-Biao Yang, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **39** 603 (2006).
- [6] C. J. Villas-Bôas, F. O. Prado, N. G. de Almeida e M. H. Y. Moussa, Phys. Rev. A **73**, 043803 (2006).
- [7] C. J. Villas-Bôas, M. H. Y. Moussa, N. G. de Almeida e R. M. Serra, Phys. Rev. A **71**, 045802 (2005).

- [8] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, J. M. Raimond, M. Brune, P. Bertet, S. Haroche e S. Osnaghi, Phys. Rev. A **64**, 050301 (2001).
- [9] A. Auffeves, J. M. Raimond, P. Bertet, P. Maioli, M. Brune, S. Haroche e S. Osnaghi, Phys. Rev. Lett. **87**, 037902 (2001).
- [10] Shih-Chuan Gou, Phys. Rev. A **40**, 5116 (1989).
- [11] A. Messina, A. Napoli, Xiang-Ming Hu, Phys Lett A, **308**, 329 ((2003).
- [12] A. R. Bosco de Magalhães, R. Rossi Jr. e M. C. Nemes, Physica A **365**, 402 (2006); quant-ph/0410200.
- [13] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge Univ. Press, 1995); M. O. Scully, and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge Univ. Press, 1997).
- [14] A. Maali, C. Wunderlich, M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche e X. Maître, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996). (1989).

**Financiamento :** CAPES e o CNPq