

# CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE PROJETO DE TRANSFORMADORES SOB EXCITAÇÃO NÃO-SENOIDAL

Lima, Romulo Mendes<sup>1</sup>; Batista, Adalberto José.<sup>2</sup>

Escola de Engenharia Elétrica e de Computação – www.eeec.ufg.br

Palavras-chave: Modelagem de perdas, modelagem térmica, projeto de transformadores.

## 1. INTRODUÇÃO

Tipicamente, transformadores têm sido projetados para operação sob tensões e correntes senoidais. Entretanto, os sistemas eletrônicos de potência e as cargas não-lineares (e.g., centrais telefônicas, estações de rádio e de TV etc) já presentes nos sistemas elétricos de distribuição e com crescente utilização requerem, em geral, correntes não-senoidais, mesmo quando alimentadas sob tensões senoidais. Isto faz com que as tensões e correntes presentes nos enrolamentos dos transformadores sejam não-senoidais. Além disso, os próprios sistemas eletrônicos de potência (fontes chaveadas, fontes ininterruptas de energia, etc) incluem transformadores cujas condições de excitação são não-senoidais. Tensões e correntes não-senoidais podem causar aquecimento excessivo, falhas de operação e envelhecimento precoce de transformadores projetados para excitação senoidal tendo em vista o surgimento de perdas adicionais (localizadas ou distribuídas), fenômenos de saturação magnética etc. Este cenário impõe grandes desafios àqueles envolvidos com o projeto e o ensaio de transformadores.

Esse trabalho tem por objetivo propor uma formulação para o problema de projeto e estabelecer uma metodologia para o projeto de transformadores com núcleo de aço ao silício sob excitação não-senoidal. Neste sentido, são apresentados neste artigo os modelos que permitem calcular as perdas nos enrolamentos e no núcleo, bem como, prever a respectiva elevação de temperatura destes equipamentos.

O Sistema Internacional de Unidades é empregado.

## 2. MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DAS PERDAS NOS ENROLAMENTOS

Os fenômenos eletromagnéticos que ocorrem nos enrolamentos de transformadores e que provocam perdas nos mesmos são muito complexos, pois são tridimensionais e dependem da geometria e configuração dos enrolamentos, da geometria de seus condutores, das características dos materiais envolvidos na construção do transformador, das condições de excitação etc. Batista [1] desenvolveu um modelo matemático no domínio da frequência, descrito pela Eq. (1), para o cálculo da perda por camada num dado enrolamento de  $M$  camadas, normalizada pela respectiva perda em corrente contínua,  $\underline{P}$ , em qualquer enrolamento de um transformador. Este modelo inclui os efeitos pelicular e de proximidade e, para seu desenvolvimento, considera-se que o campo magnético na janela do núcleo é paralelo às camadas dos enrolamentos. Além disso, o modelo é aplicável a quaisquer formas de onda de corrente presentes nos enrolamentos, desde que estas sejam periódicas, e aos tipos e formas geométricas mais comuns de condutores, quais sejam: laminar, circular simples, circular em feixe torcido, e a fios litz. Na Eq. (1)  $I_{cc}$  é a componente contínua da corrente,  $I_{ef}$  o valor

eficaz da corrente,  $I_{eff}$  o valor eficaz da  $j$ -ésima componente harmônica da corrente,  $\delta_j$  a profundidade de penetração na  $j$ -ésima frequência harmônica,  $\underline{h}_j$  a espessura das camadas do enrolamento normalizada por  $\delta_j$ ,  $f$  a frequência fundamental,  $\mu_0$  a permeabilidade do espaço livre,  $\sigma_c$  a condutividade elétrica do cobre.

$$\underline{P} = \frac{1}{h_1} \frac{I_{cc}^2}{I_{ef}^2} + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{I_{effj}^2}{I_{ef}^2} \frac{\sqrt{j}}{|1 - \overline{\varphi}_j|^2} \{ F_1(\underline{h}_j) [(2M^2 + 1)(1 + |\overline{\varphi}_j|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\overline{\varphi}_j)] + 4F_2(\underline{h}_j) [(M^2 - 1)(1 + |\overline{\varphi}_j|^2) + (M^2 + 2)\Re(\overline{\varphi}_j)] \} \quad (1)$$

Onde:

$$\underline{h}_j = \frac{h}{\delta_j} \quad (2)$$

$$\delta_j = \sqrt{1/j\pi f \mu_0 \sigma_c} \quad (3)$$

$$\overline{\varphi}_j = \frac{\overline{H}oj}{H Mj} \quad (4)$$

$$F_1(\underline{h}_j) = \frac{\sinh(2\underline{h}_j) + \sin(2\underline{h}_j)}{\cosh(2\underline{h}_j) - \cos(2\underline{h}_j)} \quad (5)$$

$$F_2(\underline{h}_j) = \frac{\cosh(\underline{h}_j)\sin(\underline{h}_j) + \sinh(\underline{h}_j)\cos(\underline{h}_j)}{\cosh(2\underline{h}_j) - \cos(2\underline{h}_j)} \quad (6)$$

De fato para o desenvolvimento do modelo que resultou na Eq. (1), considerou-se que cada camada do enrolamento fosse constituída por um único condutor sólido laminar de espessura  $h$ . O emprego do modelo para outras formas geométricas de condutor requer uma adaptação da geometria específica para aquela de condutor laminar. A Fig. (1) mostra como é feita esta adaptação para o caso de condutores circulares simples. A camada de condutores circulares é inicialmente transformada numa outra de condutores quadrados de mesma seção transversal. Em seguida, esta é transformada numa camada de condutor laminar com a mesma resistência em cc por unidade de comprimento e altura igual àquela da janela do núcleo. Para que isto ocorra, esta última deverá ter uma condutividade dada por:

$$\sigma' = \eta \sigma_c \quad (7)$$

Onde:

$$\eta = \frac{N_b h}{b} \quad (8)$$

Sendo  $N_b$  o número de espiras por camada e  $b$  a altura da janela do núcleo. A adaptação de outras geometrias de condutor para aquela de condutor laminar é feita de forma análoga.

Agora o parâmetro  $\underline{h}_j$  é dado por:

$$\underline{h}_j = \sqrt{j} X \quad (9)$$

Onde:

$$X = \sqrt{\eta} h_1 \quad (10)$$

Então, a Eq. (1) pode ser expressa genericamente em função de  $x$ . A Fig. 2 mostra que a perda num dado enrolamento, normalizada pela respectiva perda em corrente contínua,  $\underline{P}$ , é bastante sensível ao número de camadas do enrolamento, e ao parâmetro  $x$ , no qual está implícita a espessura de suas camadas normalizada pela profundidade de penetração à frequência fundamental,  $h_1$ . Esta figura mostra ainda que  $x$  é um importante parâmetro para a otimização da perda no enrolamento, isto é, para a minimização da perda no mesmo em relação àquela que ocorre em corrente contínua. Na metodologia de projeto de transformadores a ser explorada durante a realização da dissertação de mestrado em andamento, o projeto dos enrolamentos será feito com base na determinação do valor ótimo de  $x$ . Isto envolve basicamente a determinação da bitola e do número de condutores que comporão o cabo a ser usado na confecção de cada enrolamento.

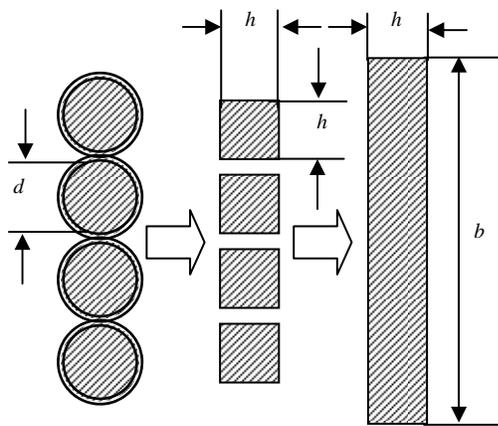


Figura 1 – Representação de uma camada de condutores circulares simples por uma camada de condutor laminar equivalente.

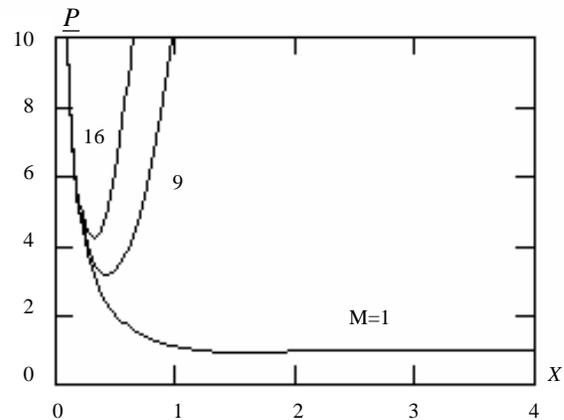


Figura 2 – Potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas vs.  $X$  definido em (1).

### 3. MODELAGEM DAS PERDAS NO NÚCLEO

A presente formulação de projeto será voltada para transformadores com núcleos de material magnético do tipo aço ao silício. Atualmente a modelagem da perda magnética total nestes materiais é feita através da separação desta em três parcelas relacionadas a diferentes fenômenos eletromagnéticos, quais sejam: a perda por histerese, a perda por correntes circulantes e a perda em excesso. Quando submetidos a uma indução magnética não-senoidal estes materiais podem apresentar laços B-H contendo laços menores. Isto ocorre quando a forma de onda da indução magnética,  $B(t)$ , apresenta mínimos locais em meio ciclo. A modelagem das perdas magnéticas não é uma tarefa simples e requer um sistema de medição automatizado e programado para realizar o ensaio de amostras do material, sob condições de forma de onda de indução magnética e de temperatura controladas [2], e para obter os parâmetros envolvidos nos modelos [3,4]. Barbísio [4] apresenta uma interessante abordagem quanto à modelagem das perdas magnéticas com e sem laços menores. Esta abordagem apresenta, entretanto, uma limitação essencial quanto ao projeto de transformadores, pois os parâmetros do modelo são obtidos em função da frequência e parametrizado pelo valor de pico da indução magnética. No projeto de transformadores é desejável obter um modelo em

que a perda magnética total seja função do valor de pico da indução magnética parametrizado pela frequência. Batistela [5] apresenta uma metodologia para determinação experimental dos parâmetros de tal modelo. Para o perfeito entendimento desta metodologia é necessário conhecer o modelo proposto por Barbísio [4]. De acordo com este modelo, a perda magnética total é dada por:

$$W_T = W_h + W_{cl} + W_{res} \quad (11)$$

Onde:

$$W_h = W_{hM} + W_{hm} \quad (12)$$

$$W_{cl} = \frac{\sigma d^2}{12fm_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (13)$$

$$W_{ex} = W_{exM} + W_{exm} \quad (14)$$

$$W_{exM} = \frac{1}{fm_v} \sqrt{\sigma G V_{0M} S} \frac{1}{T} \int_{TM} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (15)$$

$$W_{exm} = \sum_{i=1}^{2n} \frac{1}{fm_v} \sqrt{\sigma G V_{0m,i} S} \frac{1}{T} \int_{Tm,i} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (16)$$

Sendo  $W_{hM}$  a energia dissipada por ciclo devido ao laço de histerese principal,  $W_{hm}$  a energia dissipada por ciclo devido aos laços menores,  $W_{cl}$  a energia dissipada por ciclo devido às correntes circulantes,  $W_{ex}$  a energia dissipada por ciclo devido à perda em excesso,  $W_{exM}$  a parcela de  $W_{ex}$  relativa ao laço principal,  $W_{exm}$  a parcela de  $W_{ex}$  relativa aos laços menores. Os demais parâmetros envolvidos são:  $\sigma$ , a condutividade elétrica do material,  $d$ , a espessura da lâmina,  $m_v$ , a densidade do material magnético,  $G$  ( $=0,1356$ ), o coeficiente de atrito do movimento das paredes de domínios,  $V_0$ , um parâmetro que caracteriza a distribuição estatística dos campos coercitivos locais,  $S$ , a área de seção transversal da lâmina,  $n$ , o número de laços menores,  $TM$ , o intervalo do período de  $B(t)$  correspondente ao laço principal,  $Tm,i$ , o intervalo do período de  $B(t)$  correspondente ao  $i$ -ésimo laço menor. O parâmetro  $V_0$  depende do valor de pico da indução magnética. Seus valores podem ser obtidos experimentalmente para uma larga faixa de valor de pico da indução magnética a fim de determinar os valores de  $V_{0M}$ , para o laço de histerese principal, e de  $V_{0m,i}$ , para o  $i$ -ésimo laço menor [4]. O cálculo de  $W_{hm}$  é feito através do modelo dinâmico de Preisach.

#### 4. MODELAGEM TÉRMICA

A temperatura tem efeito sobre as propriedades magnéticas do núcleo, sobre a isolamento e a condutividade dos condutores e, portanto, sobre a confiabilidade do equipamento. Logo, a máxima temperatura a que podem estar submetidos os materiais empregados na construção do transformador deve ser limitada e é de extrema importância ter disponíveis modelos que permitam prever esta temperatura com certa precisão. Normalmente, em transformadores monofásicos, os quais constituem o foco deste trabalho, aceita-se que o ponto mais quente esteja localizado ao centro da coluna do núcleo sobre a qual situam-se os enrolamentos.

Por ser bastante complexa, a modelagem térmica exige hipóteses simplificadoras e a utilização adequada de dados e informações fornecidos pela literatura especializada [1].

Para o projeto de transformadores é desejável que o modelo térmico seja suficientemente simples, de modo que seja possível obter, para uma dada elevação de temperatura (i.e., a diferença entre a temperatura do ponto mais quente e a temperatura ambiente), o valor máximo da perda total,  $P_T$ . A Eq. (17) [1] mostra um exemplo deste tipo de modelo.

$$\Delta T = 450 \left[ \frac{P_T}{A_T} \right]^{0,826} \quad (17)$$

Onde:

$$A_T = K_S \sqrt{A_e A_J} \quad (18)$$

Sendo  $A_T$  a área externa total do componente,  $A_e$  a área efetiva da seção transversal do núcleo e  $A_J$  a área da janela do núcleo.

## 5. CONCLUSÃO

Nesta primeira fase de desenvolvimento do presente trabalho, foram selecionados, dentre vários outros, os modelos mais apropriados ao problema proposto. Com base nestes modelos será proposta uma metodologia para o projeto de transformadores com núcleo de aço ao silício sob excitação não-senoidal. Nesta metodologia será adotado, de fato, o modelo de perdas magnéticas descrito por Batistela [5]. Os aspectos mais complexos da referida proposição estarão relacionados à escolha de um núcleo magnético inicial, ao cálculo do valor de pico da indução magnética que implique uma elevação de temperatura menor ou igual ao valor máximo preestabelecido, e ao procedimento para escolha de outro núcleo, caso o núcleo inicialmente escolhido não satisfaça às condições de projeto.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Batista, A. J. Modelagem e Otimização do Projeto de Componentes Magnéticos Utilizados em Conversores estáticos de Alta Freqüência. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.
- [2] Lima, J. P. F.; Batista, A. J.; Machado, P.C.M.. Automated Measurement System for Silicon Steel Magnetic Characterization. In: VII International Conference on Industrial Applications, 2006, Recife - PE. VII International Conference on Industrial Applications, 2006. v. 1..
- [3] Lima, J. P. F.; Batista, A. J.; Machado, P.C.M.; Marra, E. G.. Losses Prediction in Silicon Steel Sheets for Magnetic Induction Waveforms Without Local Minima. In: VII International Conference on Industrial Applications, 2006, Recife - PE. VII International Conference on Industrial Applications, 2006. v. 1..
- [4] Barbisio, E.; Fiorillo, F.; Ragusa, C. Predicting loss in magnetic steels under arbitrary induction waveform and with minor hysteresis loops. IEEE Transactions on Magnetics, v. 40, n. 4, July 2004.
- [5] Batistela, N. J.. Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço ao Silício. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

## FONTES DE FINANCIAMENTO – CAPES

<sup>1</sup> Mestrando. Escola de Engenharia Elétrica e de Computação – Laboratório de Materiais e Componentes Elétricos – LAMCE, [romulo@click21.com.br](mailto:romulo@click21.com.br)

<sup>2</sup> Orientador/Escola de Engenharia Elétrica e de Computação/UFG, [batista@eee.ufg.br](mailto:batista@eee.ufg.br)