

# GERAÇÃO DOS ESTADOS DE FOCK NO CAMPO LUMINOSO

**B. M. Escher**, Bruno de Moura Escher<sup>1</sup>; **A. T. Avelar**, Ardiley Torres Avelar<sup>2</sup>; **B. Baseia**, Basilio Baseia<sup>3</sup>

**Palavras chave:** Engenharia de estados quânticos; Estados de Fock; Ondas viajantes.

## 1 Introdução

Vários estados previstos pela teoria quântica do campo eletromagnético, estão sendo obtidos nestes últimos tempos. Alguns exemplos: o estado comprimido [1], o estado “gato de Schrodinger” [2], o estado de um fóton deslocado [3] e o estado, na notação de Dirac,  $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$  [4]. Deste modo, propostas para a criação de estados arbitrários e específicos, impulsionadas por estas implementações experimentais, se tornam mais realísticas, permitindo sua elaboração no âmbito experimental.

Uma importante configuração do campo eletromagnético quantizado estudado na literatura é o “Estado de Fock”, representado por  $|n\rangle$  e uma de suas propriedades é ter uma energia bastante precisa (proporcional a  $n$ ), mas a sua geração, tanto no regime de cavidades quanto em modo viajante, é um grande desafio para a óptica quântica, pois envolve (na maioria das vezes) interações “não lineares” entre a matéria e o campo. Este estado possui potenciais aplicações em comunicação quântica segura [5], criptografia quântica [6], ótima capacidade de codificação em canais quânticos [7], alta precisão em interferometria quântica [8], e na reconstrução de operadores densidade [9]. Motivando, para fins práticos, a geração experimental deste estado. Contudo, como dito, sua geração nos laboratórios é extremamente complicada, particularmente para os estados mais energéticos ( $n \gg 1$ ), e esta dificuldade também é uma outra motivação para propostas de geração, em cavidades [10], e em modo viajante [11]. Para este último caso citamos uma proposta interessante, feita por Steuernagel [12], cujo esquema tem como objetivo gerar os estados  $|2^J\rangle$ , com  $J$  inteiro; através de  $2^J$  estados de um fóton ( $|1\rangle$ ), interagindo com divisores de feixes simétricos e medidas condicionais, neste sistema, ele consegue reunir a energia contida em cada estado  $|1\rangle$  e aglomerá-la em um só, aparentemente nada complicado; o grande diferencial do esquema é conseguir fazê-lo apenas com evoluções unitárias e medidas condicionais, com a *máxima* probabilidade de sucesso possível.

Pela dificuldade existente em se gerar o estado de  $n$ -fótons “ideal”, ou seja  $|n\rangle$ , muitas vezes, já é satisfatório gerar um estado do campo “parecido”, “próximo” com o de  $n$ -fótons, ou seja produzir um estado  $|\psi\rangle \approx |n\rangle$ , até mesmo porque este servirá como uma aproximação para o estado ideal. Em contrapartida ao fato de se gerar um estado aproximado, os esquemas para este fim possuem, na maioria das vezes, certas simplificações, economias

---

<sup>1</sup>Bolsista de mestrado. Instituto de Física - Óptica Quântica, brunofis@posgrad.ufg.com

<sup>2</sup>Colaborador. Instituto de Física/UFG, avelar@if.ufg.br

<sup>3</sup>Orientador. Instituto de Física/UFG, basilio@if.ufg.br

que permitem uma maior facilidade em sua implementação experimental, tornando então o estudo de tais propostas um ponto fundamental. Um trabalho recente, abordando este tema, foi escrito por K. Sanaka [13]. Este trabalho tem por objetivo gerar um estado que seja “próximo” ao estado  $|n\rangle$ , partindo de um estado coerente, designado por  $|\alpha\rangle$ , meios lineares e “medidas projetivas”. Neste caso é interessante definir uma grandeza denominada “Fidelidade”, matematicamente é dada por  $F_n = |\langle n|\psi\rangle|^2$ , que significa “a probabilidade do estado  $|\psi\rangle$  estar no estado  $|n\rangle$ ”, sendo que por esta definição sempre  $0 \leq F_n \leq 1$ , assim quanto mais  $F_n$  se aproximar de 1, mais o estado produzido será próximo ao estado  $|n\rangle$  (se  $F_n = 1$  então  $|\psi\rangle = |n\rangle$ ). No esquema de Sanaka, ele consegue gerar um estado, cuja fidelidade em comparação ao estado desejado é tão próxima de 1 quanto se queira, mas entretanto isso é feito às custas de se ter um esquema com baixa probabilidade de funcionar, por exemplo, para gerar um estado parecido com  $|5\rangle$ , com fidelidade de  $F_5 = 0,999$ , a probabilidade do esquema funcionar fica em torno de  $10^{-12}$ , ou seja, em média, para cada  $10^{12}$  tentativas apenas uma daria o resultado desejado. Sendo então uma proposta factível e robusta, do ponto de vista dos artefatos necessários para sua elaboração, mas possui o inconveniente de ter uma probabilidade “baixa” de sucesso, por exemplo, usando intervalos de tempos padrões dos laboratórios atuais (cerca de  $10^8$  experimentos por segundo,  $76Mhz$ ), para que o esquema funcione, levaria em média 3 horas.

Assim, neste trabalho mostraremos como estender os resultados de Steuernagel, isto é, conseguir propor um esquema, além de factível experimentalmente, capaz de gerar os estados  $|n\rangle$ , com qualquer  $n$  (não somente  $n = 2^j$ ), com a restrição de fazer isso em um esquema que também possua a máxima probabilidade de sucesso, ou seja, que o esquema alcançado seja sempre melhor, ou igual, que “qualquer outro” possível de ser imaginado. E em outra parte como melhorar o esquema do Sanaka, sendo igualmente robusto, utilizando artefatos experimentais comuns nos laboratórios de óptica quântica, ou seja, capaz de gerar estados com uma fidelidade tão próxima de 1 quanto se queira mas tendo uma probabilidade de sucesso consideravelmente maior do que a obtida por Sanaka.

## 2 Metodologia e Resultados

### 2.1 Parte - A

Steuernagel [12] propôs um esquema de geração para uma classe dos estados de Fock  $|n\rangle$ , com  $n = 2^j$ . A Fig.1 representa o esquema para a geração do estado  $|8\rangle$  (outros casos são obtidos por extensão); consistindo de 8 estados de Fock  $|1\rangle$ , sendo estes facilmente gerados em laboratórios de pesquisa [14], entrando nos divisores de feixes simétricos (coeficientes de transmissão iguais a  $t_i = 1/2$ ) [15], designados pela letra  $B$ .

Impondo então que os detectores, na figura designados por  $D$ , detectem o estado de vácuo,  $|0\rangle$ , em suas respectivas saídas, o estado que emergirá na última saída será o estado  $|8\rangle$ . É claro que o esquema não tem como garantir que cada detectores detecte o es-

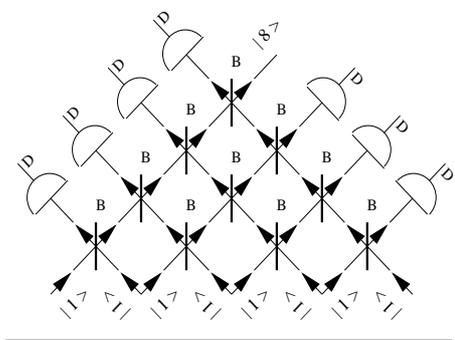


Figura 1: *Esquema de Steuernagel.*

tado  $|0\rangle$ , mas pode-se calcular a respectiva probabilidade desta detecção, e neste caso o resultado é  $P(8) = 8!/8^8$ . Em seu artigo ele demonstrou que essa quantidade é justamente a maior possível entre todos os esquemas, com meios lineares (divisor de feixes por exemplo), impondo medidas condicionais do vácuo. Assim, com este esquema, o problema de se gerar a classe  $|2^j\rangle$  com a probabilidade de sucesso maximizada está resolvido, pelo menos teoricamente. Mas deixa uma pergunta a ser respondida: Como estender isso aos outros estados  $n \neq 2^j$ ? O esquema pensado por nós, foi implementado justamente para responder esta interessante questão.

No esquema anterior, a probabilidade máxima de sucesso foi atingida fixando-se os coeficientes de transmissão de cada divisor de feixes, e ajustando uma estrutura de posicionamento destes divisores adequadamente. Entretanto pela simetria do sistema, forma piramidal, os estados de Fock produzidos são justamente somente da forma  $n = 2^j$ . Uma maneira, encontrada por nós, de encontrar uma configuração com  $n$  estados  $|1\rangle$  que forneça, após os detectores acusarem  $|0\rangle$ , o estado  $|n\rangle$  com a probabilidade máxima permitida ( $P(n) = n!/n^n$ ), é aproveitar o grau de liberdade existente no coeficiente de transmissão dos divisores de feixe, que podem possuir qualquer valor entre 0 e 1.

Nosso esquema, como mostrado pela Fig.2, consiste de um conjunto de  $n$  estados  $|1\rangle$ ,  $n-1$  detectores e divisores de feixe, arranjados de uma forma linear. É claro que pela conservação da energia, se os detectores detectarem o estado de vácuo  $|0\rangle$  e pela natureza das interações com os divisores de feixe, o estado de saída seria o estado  $|n\rangle$  (o estado desejado), mas não necessariamente com a probabilidade desta medida ocorrer com a máxima probabilidade; ajustando de maneira conveniente os valores dos coeficientes de transmissão como sendo  $t_i = \sqrt{i/(i+1)}$ , ver [16], conseguimos ajustar, de forma que para qualquer número  $n$  escolhido, o estado será gerado com a máxima probabilidade de sucesso, de modo que conseguimos generalizar o resultado obtido por Steuernagel.

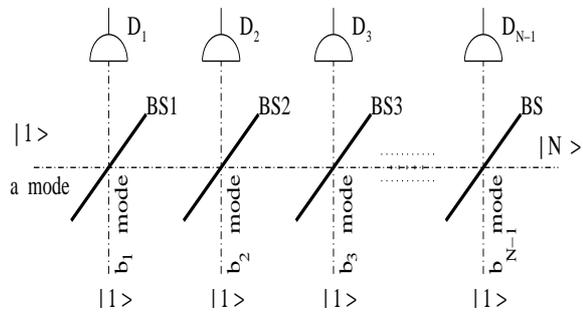


Figura 2: Novo esquema de geração.

## 2.2 Parte - B

Sanaka [13] propôs um esquema para se gerar estados do campo eletromagnético em modo viajante que possuem uma fidelidade, frente a um dado estado de Fock de  $n$ -fótons, que se aproxima, o tanto que se queira, do valor máximo 1.

A Fig.3, mostra uma sequência de  $N - 1$  detectores e divisores de feixes. Inicialmente injeta-se um pulso de campo eletromagnético no estado coerente, designado por  $|\alpha\rangle$  (na prática é uma onda eletromagnética advindo do dispositivo laser) juntamente com um pulso no estado  $|1\rangle$ , interagem através do divisor de feixes, que possuem um coeficiente de reflexão  $R_j$  específico ( $R_j = j/(j+1)$ ), assim se o primeiro detector detectar o estado  $|1\rangle$ , o estado que sair no outro modo é novamente injetado em um artefato

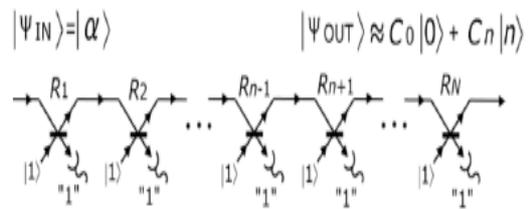


Figura 3: Esquema de Sanaka.

semelhante, mas com o valor do coeficiente de reflexão diferente.

Assim se no final os  $N - 1$  detectores acusarem a presença do estado  $|1\rangle$  em seus respectivos modos, o estado de saída poderá ser dado por  $|\psi\rangle \approx c_0|0\rangle + c_n|n\rangle$ , que de certo modo já é próximo ao estado procurado, mas notemos que a fidelidade pode ser melhorada se o coeficiente  $c_0$  puder ser cancelada. Tal façanha pode ser alcançada, Sanaka o fez utilizando um interferômetro apresentado na Fig.4. Para o interferômetro utiliza-se mais um estado  $|1\rangle$  e dois detectores. Ajustando convenientemente os divisores de feixes deste interferômetro, e quando o detector  $B$  detecta o estado  $|0\rangle$  e juntamente o detector  $C$  detecta o estado  $|1\rangle$ , o estado de saída não possui a primeira componente. Então, podemos calcular exatamente o estado final do campo eletromagnético ao passar pelos dois sistemas, e também a probabilidade de que todos os detectores envolvidos detectem exatamente os estados previstos para o esquema funcionar, de modo que podemos expressar tanto a fidelidade do esquema quanto a probabilidade em função do parâmetro do estado coerente  $\alpha$ , (sendo que a intensidade do campo nesta configuração é dada por  $|\alpha|^2$ ). Como exemplo, para gerar o estado  $|5\rangle$ , tomando  $\alpha = 1$  obtemos precisamente que a fidelidade alcançada é de  $F = 0,999$  e a probabilidade das medidas acontecerem como esperado, ou seja, a probabilidade de sucesso, é de  $10^{-12}$ .

Este método é interessante, além do fato de produzir estados próximos aos estados  $|n\rangle$ , pois utiliza um sistema já testado experimentalmente. A primeira parte da Fig.3, com o estado coerente interagindo com o estado de 1 fóton via o divisor de feixes e após impondo uma detecção de 1 fóton em um dos modos, com o valor do coeficiente de reflexão ajustado convenientemente, produz um novo estado na saída. Este fato foi confirmado no experimento do grupo de A. Zeilinger [17], através de medidas de interferência. Contudo, possui desvantagens, apresentar uma baixa probabilidade de sucesso, e principalmente, ele só consegue gerar o estado aproximado utilizando muitas fontes de  $|1\rangle$  (para gerar  $|n = 5\rangle$  utiliza-se 8 fontes de 1 fóton), mais até do que no nosso sistema de geração de um estado ideal mostrado na primeira parte ! O esquema a ser apresentado a seguir vem justamente aprimorar esta falha no esquema proposto por Sanaka, ou seja, vamos propor a geração de um estado próximo ao estado  $|n\rangle$ , mas utilizando uma quantidade de fontes de 1 fóton menor do que  $n$ .

Primeiramente, no lugar de usarmos o estado coerente como inicial, vamos utilizar um outro, também factível em laboratório, denominado estado comprimido (por exemplo ver [18]) e expresso matematicamente por  $|\beta\rangle$ . A diferença relevante entre o  $|\beta\rangle$  e  $|\alpha\rangle$  para o nosso esquema é que ao colocarmos estes estados em função dos estados de Fock, vemos que o estado comprimido é dado somente em função dos estados  $|n\rangle$  com  $n$  par, já o estado coerente depende de todos, ou seja  $n$  qualquer. Assim, percebemos que um fator que contribui para a probabilidade ser baixa é ter que “zerar” todos estes coeficientes, assim, ao usarmos o estado comprimido a quantidade de termos que temos que zerar cai a metade, portanto, seria mais eficaz, em relação a probabilidade, usarmos este novo estado que o estado coerente. Um outro fator é que ao invés de usarmos o interferômetro (Fig.4) para zerar a componente devido ao estado  $|0\rangle$ , vamos utilizar um outro sistema, denominado de “Photon-Added” [19], que consiste em se injetar um estado qualquer em uma das portas de um divisor de feixes e na outra o estado de 1 fóton, onde o detector

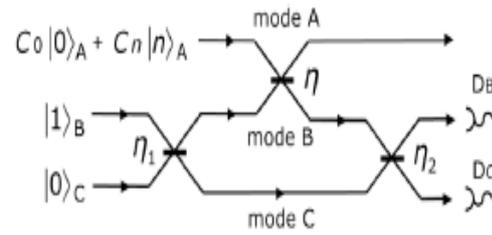


Figura 4: *Complemento de Sanaka.*

em uma das portas detecte o estado de vácuo. O nosso método será então, usar o estado comprimido como estado inicial, passar pelo “Photon-Added” e depois por uma sequência como a dada pela Fig.3. Com isso, conseguimos gerar estados próximos aos  $|n\rangle$ , com  $n$  ímpares (os pares são obtidos passando novamente pelo “Photon-Added”), utilizando apenas  $(n + 1)/2$  fontes de 1 fóton. Como exemplo, para gerar o estado de número  $|5\rangle$ , obtemos para  $F_5 = 0.999$  uma probabilidade da oedem de  $10^{-9}$ , ou seja, melhor que a encontrada por Sanaka, utilizando menos artefatos.

### 3 Conclusão

Neste resumo apresentamos dois esquemas para gerar os estados de Fock  $|n\rangle$ , tanto no regime de casos ideais ( $F_n = 1$ ), quanto para os casos com  $F_n < 1$ . Na primeira parte conseguimos chegar no melhor esquema possível, utilizando  $n$  fontes de 1 fóton e  $n - 1$  detecções. Já na segunda parte, conseguimos aprimorar a proposta de Sanaka, tanto em relação a probabilidade quanto aos artefatos utilizados, entretanto para estes tipos de problemas, soluções mais eficazes ainda se encontram em aberto, podendo no futuro ser objeto de nossa pesquisa.

## FONTE DE FINANCIAMENTO - CNPq

### Referências

- [1] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985).
- [2] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, and S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [3] A.I. Lvovsky and S.A. Babichev, Phys. Rev. A **66**, 011801(R) (2002).
- [4] A.I. Lvovsky, J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. **88**, 250401 (2002); S.A. Babichev, J. Ries and A.I. Lvovsky, Europhys. Lett. **64**, 1 (2003).
- [5] S. J. van Enk, J. I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **78**, 4293 (1997); K.M. Gheri, C. Saavedra, P. Torma, J. I. Cirac, P. Zoller, Phys. Rev. A **58**, R2627 (1998); S. J. van Enk *et al.*, Science **279**, 205 (1998).
- [6] T. Jennewein, C. Simon, G. Weihs, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **84**, 4729 (2000).
- [7] C.M. Caves and P.D. Drummond, Rev. Mod. Phys. **66**, 481 (1994).
- [8] M.J. Holland and K. Burnett, Phys. Rev. Lett. **71**, 1355 (1993).
- [9] O. Steuernagel and J. A. Vaccaro, Phys. Rev. Lett. **75**, 3201 (1995).
- [10] P. Domokos, J. Janszky, and P. Adam, Phys. Rev. A **50**, 3340 (1994); B.T.H. Varcoe, S. Brattke, M. Weidinger, and H. Walther, Nature **403**, 743 (2000); S. Brattke, B.T.H. Varcoe, H. Walther, Phys. Rev. Lett. **86**, 3534 (2001); M.F. Santos, E. Solano and R.L. de Matos Filho, Phys. Rev. Lett. **87**, 093601 (2001).
- [11] S.Ya. Kilin and D.B. Horoshko, Phys. Rev. Lett. **74**, 5206 (1995); G.M. D’Ariano, L. Maccone, M.G.A. Paris, and M.F. Sacchi, Phys. Rev. A **61**, 053817 (2000).
- [12] O. Steuernagel, Opt. Commun. **138**, 71 (1997).
- [13] Kaoru Sanaka, Phys. Rev. A **71**, 021801(R) (2005).
- [14] C. K. Hong and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **56**, 58 (1986); B. Lounis, and W.E. Moerner, Nature **407**, 491 (2000); C. Brunel, B. Lounis, P. Tamarat, and M. Orrit, Phys. Rev. Lett. **83**, 2722 (1999); F. DeMartini, G. DiGiuseppe, and M. Marrocco, Phys. Rev. Lett. **76**, 900 (1996).
- [15] B. Yurke, S. L. McCall, and J. R. Klauder, Phys. Rev. A **33**, 4033 (1985); S. Prasad, M. O. Scully and W. Martienssen, Opt. Commun. **62**, 139 (1987); R.A. Campos, B.E.A. Saleh, M.C. Teich, Phys. Rev. A **40**, 1371 (1989).
- [16] B. M. Escher, A. T. Avelar, B. Baseia, *Synthesis of arbitrary Fock states via conditional measurement on beam splitters*; Phys. Rev. A **72**, 045803 (2005).
- [17] Kaouru Sanaka, Kevin J. Resch, Anton Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **96**, 083601 (2006).
- [18] Horace P. Yuen, Phys. Rev. A **13**, 2226 (1976).
- [19] M. Dakna, L. Knöll, D.-G. Welsch, Opt. Comm. **145**, 309 (1998).