

# Rigidez à tração do concreto armado – modelagem e experimentação

**OLIVEIRA JÚNIOR**, Luiz Álvaro de  
*Escola de Engenharia Civil, luaojr@yahoo.com.br*

**ARAÚJO**, Daniel de Lima  
*Escola de Engenharia Civil, araujodl@terra.com.br*

## Palavras chave:

Rigidez à tração do concreto armado, Fissuração, Modelagem via Método dos Elementos Finitos, Concreto armado reforçado com fibras de aço.

## Introdução

Nos códigos atuais de projeto de estruturas de concreto armado considera-se que o concreto não resiste às forças de tração e que estas são suportadas unicamente pela armadura. Embora tais normas considerem que o concreto fissurado não apresenta resistência à tração, sabe-se que ele é capaz de desenvolver tensões de tração devido à transferência de forças de aderência entre o aço e o concreto. A essa capacidade do concreto intacto entre as fissuras de continuar a suportar as tensões de tração e oferecer rigidez dá-se o nome de rigidez à tração do concreto armado (*"tension stiffening"*). Esse efeito ajuda a controlar a rigidez do elemento, sua deformação e a abertura de fissuras, propriedades relacionadas à satisfação dos requisitos de utilização da estrutura, (FIELDS e BISCHOFF, 2004).

O concreto simples, quando submetido à tensões de tração, apresenta comportamento linear até que sua resistência à tração seja alcançada. Quando isso acontece, o comportamento do material passa a ser não linear em função das fissuras que se formam em decorrência das elevadas tensões de tração que solicitam o concreto. Após alcançar sua resistência à tração, as tensões suportadas pelo concreto diminuem à medida que as deformações aumentam. Esse é um comportamento localizado conhecido como amolecimento (*"strain softening"*) que se relaciona com as propriedades de fratura do material em uma fissura discreta.

Diferentemente do concreto simples, o concreto armado não apresenta amolecimento em função dos mecanismos de transferência de forças de tração existentes na interface aço-concreto, assim a rigidez à tração é um fenômeno que ocorre exclusivamente nas estruturas de concreto armado.

Segundo Fields e Bischoff (2004) a curva de amolecimento não pode, entretanto, ser utilizada para o desenvolvimento de modelos matemáticos para representar a rigidez à tração do concreto armado. A justificativa para esse impedimento está no fato de que concretos de alta resistência, cada vez mais utilizados nos dias atuais, têm um aumento da fragilidade da matriz. Essa maior fragilidade afeta a curva de amolecimento do material, mas não necessariamente sua rigidez à tração. Outra razão para que a curva de amolecimento não possa ser usada como parâmetro para o desenvolvimento de modelos matemáticos para

representar a rigidez à tração do concreto armado reside no fato de que a curva de amolecimento cai a zero antes do escoamento do aço, o que não ocorre com a rigidez à tração.

Trabalhos passados sugerem que a fragilidade do concreto influencia tanto a fissuração longitudinal (ABRISHAMI e MITCHELL, 1996) quanto a rigidez à tração de tal forma que, concretos de alta resistência e resistência normal podem apresentar respostas bastante diferentes com relação à rigidez à tração (MARZOUK e CHEN). Segundo Fields e Bischoff (2004) existem outras variáveis que influenciam a rigidez à tração, por exemplo: a porcentagem e a distribuição da armadura e o diâmetro da barra. A aderência e a retração do concreto também exercem influência na rigidez à tração. Noghabai (2000), entretanto, comenta que a rigidez à tração do concreto armado parece depender apenas do cobrimento de concreto e do grau de confinamento da armadura.

Neste trabalho, está sendo desenvolvido um programa experimental cujo objetivo é investigar o comportamento de tirantes de concreto armado submetidos à tração. Os resultados obtidos do programa experimental serão comparados posteriormente aos obtidos das modelagens numéricas realizadas com o programa DIANA.

## **Material e Método**

A pesquisa será realizada em três etapas. A primeira consiste de uma revisão bibliográfica, a segunda consiste de um programa experimental comentado a seguir, e a terceira de modelagens numéricas utilizando o programa de elementos finitos DIANA.

### ***a) Programa experimental***

O programa experimental desenvolvido nesta pesquisa será realizado no Laboratório do Centro Tecnológico de Engenharia Civil do Departamento de Apoio e Controle Técnico de Furnas Centrais Elétricas S.A e consiste de ensaios de rigidez à tração do concreto armado e de caracterização dos materiais.

Para a caracterização dos materiais foram realizados ensaios de resistência à compressão, tração direta (tração uniaxial), módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, resistência à tração por compressão diametral, compressão com deformação controlada (pós-ruptura), tenacidade e energia de fratura. Os ensaios de resistência à compressão foram realizados aos 7, 28 e 91 dias de idade a fim de melhor se analisar a evolução da resistência do concreto. Os demais, apenas aos 28 dias.

Foram selecionadas três diferentes seções transversais para avaliar a influência da taxa de armadura na rigidez à tração e na fissuração do concreto armado, são elas: 15 cm x 15 cm, 25 cm x 25 cm e 35 cm x 35 cm. Todos os tirantes possuem comprimento de 80 cm e são armados com uma única barra de aço CA-50 de 20 mm de diâmetro e 100 cm de comprimento posicionada no eixo longitudinal do tirante. Cada barra de aço foi instrumentada com três extensômetros do tipo PA-06 187BB 120L com fator de sensibilidade igual a 2. Os extensômetros foram colados apenas em uma das metades da barra de aço.

Foram investigados concretos com resistência à compressão prevista de 40 MPa aos 28 dias. O traço básico apresenta relação água-cimento igual a 0,40 e utiliza areia natural média composta por duas outras areias (uma grossa e outra

fina), brita de origem granítica com dimensão máxima de 19 mm, 1% de aditivo superplastificante Glenium 3010 e cimento CP-III 40 RS. Foi investigada a influência da presença de 10% de sílica ativa juntamente com 30% de cinza volante na matriz. A influência da presença de fibras de aço na matriz também foi estudada. Foram escolhidas duas fibras: DRAMIX RC 80/60 BN e DRAMIX RC 65/60 BN da marca Belgo. As duas fibras possuem comprimento de 60 mm e diferem nas relações de aspecto: 80 para a fibra RC 80/60 BN e 65 para a fibra RC 65/60 BN. As fibras apresentam resistência à tração de 1100 MPa e módulo de elasticidade de 200 GPa.

Foram definidas duas matrizes: matriz 01 – matriz de cimento portland sem adições minerais e sem fibras, matriz 02 – matriz de cimento portland com adições minerais nas proporções já mencionadas e sem fibras. Nessas duas matrizes foram adicionadas fibras em porcentagens variadas da seguinte forma: 0,75% (58,9 kg/m<sup>3</sup>), 1,00% (78,5 kg/m<sup>3</sup>), 1,25% (98,13 kg/m<sup>3</sup>) para a fibra RC 80/60 BN e 0,75%, 1,00% e 1,5% (117,8 kg/m<sup>3</sup>) para a fibra RC 65/60 BN.

### **b) Modelagem numérica**

As modelagens foram realizadas utilizando-se o programa comercial DIANA. Após a definição do modelo, foram estudadas as mesmas variáveis analisadas nos ensaios, com o objetivo de comparar resultados numéricos e experimentais e com isso validar o modelo adotado nas modelagens e obter parâmetros que permitam a simulação numérica do comportamento de uma caixa espiral de usina hidrelétrica.

Para as modelagens, admitiu-se como válida a hipótese de aderência perfeita entre aço e concreto, comportamento elasto-plástico perfeito e superfície de plastificação Von Mises para o aço, bem como comportamento frágil para o concreto. Foram utilizados elementos finitos sólidos regulares do tipo CTE30 da classe TE10. Esse elemento possui 10 nós, cada um com três graus de liberdade, representando as translações em x, y e z, e interpolação quadrática.

Considerando o grande número de graus de liberdade imposto pela utilização de elementos sólidos e, tendo em vista a simetria do modelo, optou-se por modelar apenas um quarto do modelo completo, o que resultou em um tempo de processamento de cerca de 2 horas em uma análise não linear. Aço e concreto foram modelados separadamente e depois agrupados. Para garantir a continuidade do modelo, os nós superpostos das superfícies, linhas e pontos em comum foram eliminados de modo que em cada uma dessas entidades geométricas exista apenas um nó, o que garante a já mencionada continuidade do modelo.

Adotou-se o modelo de fissuração distribuída (“*smearred crack*”) do tipo multifissuras com orientação fixa (“*total strain fixed crack*”). Foi definida uma curva de amolecimento do tipo frágil (“*brittle strain softening*”) para simulação das propriedades de fratura do material. Foram impostas restrições de deslocamento a uma das seções transversais do tirante. O carregamento aplicado foi do tipo deslocamento axial na direção longitudinal do tirante com módulo de 3,5 mm apenas na seção transversal do aço oposta à face restringida para garantir a transferência de carga do aço para o concreto.

### **Resultados e discussão**

O procedimento experimental ainda se encontra em andamento. Os traços definidos ainda não foram todos concretados e o que sem têm disponível são as resistências à compressão aos 7 dias das 4 primeiras concretagens. As matrizes de

referência (concretos sem fibras de aço) apresentaram resistências médias à compressão aos sete dias de 32,5 MPa e 23,8 MPa, respectivamente para o concreto sem adições e para o concreto com adições minerais. As matrizes fibrosas concretadas até o momento não possuem adição de sílica ativa e cinza volante. De forma inesperada, as matrizes reforçadas com fibras de aço apresentaram valores bem elevados de resistências médias à compressão aos sete dias. Para concreto contendo 0,75% da fibra DRAMIX RC 80/60 BN, a resistência à compressão foi de 47,7 MPa enquanto para o concreto contendo 1,00% de fibra DRAMIX RC80/60 BN, a resistência média à compressão aos sete dias foi de 39,3 MPa. A matriz reforçada com 0,75% de fibra DRAMIX RC 80/60 BN apresentou esse valor de resistência, pois a ruptura dos corpos de prova foi feita aos dez dias em função da programação do laboratório de Furnas. Dessa forma, a diferença observada entre os valores médios das resistências à compressão das matrizes reforçadas com 0,75% e 1,00% se deve a essa diferença de idade e ao fato do concreto apresentar maior ganho de resistência após os primeiros sete dias.

Para as modelagens de verificação dos modelos escolhidos no programa DIANA, foram utilizados os mesmo valores encontrados por Noghabai (2000). São eles: resistência à compressão de 121,6 MPa, resistência à tração de 5,01 MPa, módulo de elasticidade igual a 41,5 GPa e energia de fratura de 216 N/m para o concreto de referência. Para o concreto com 1,00% de fibras, as propriedades são as seguintes: resistência à compressão de 129,6 MPa, resistência à tração de 5,68 MPa, módulo de elasticidade de 36,7 GPa e energia de fratura igual a 2025 N/m.

Da modelagem com concreto armado sem fibra (concreto referência) percebeu-se que o modelo selecionado é adequado para a representação do comportamento do material, embora tenham sido obtidas respostas numéricas ligeiramente mais rígidas que as experimentais. A maior rigidez observada se deve à própria natureza aproximada do método dos elementos finitos, entretanto, a diferença nas respostas pode ser considerada muito pequena.

Com o mesmo material foram modeladas duas geometrias: seção transversal de 48 mm x 48 mm e 80 mm x 80 mm, ambas com comprimento de 960 mm, aço CA-50 com 16 mm de diâmetro e 990 mm de comprimento. Comparando as duas modelagens, verificou-se que os tirantes de seção transversal maior, isto é, os que possuem menor taxa de armadura e maior cobrimento, apresentaram menores cargas de ruptura que as encontradas para os tirantes de menor seção transversal. Isso se deve ao número de fissuras ativas nos dois tirantes para dissipação da energia de fratura na fissuração do material. Tirantes com maior área de concreto, têm mais concreto para fissurar e com isso, mais energia de fratura para ser liberada na fissuração do elemento, o que conduz a maiores cargas de ruptura.

No que diz respeito ao concreto armado reforçado com fibras de aço, a resposta força-deslocamento obtida foi bem mais rígida que a resposta obtida por Noghabai (2000). O motivo para essa maior rigidez será investigado após a realização dos ensaios de tração direta nos tirantes de concreto armado.

## **Fontes de financiamento**

Esta pesquisa é financiada pelas seguintes instituições: CAPES, FUNAPE e ANEEL.

## Conclusão

A pesquisa ainda se encontra em desenvolvimento e, portanto, não se chegou ainda a nenhum resultado conclusivo.

## Referências Bibliográficas

ABRISHAMI, H. H. e MITCHELL, D., *Influence of steel fibers on tension stiffening*, ACI Structural Journal, V 94, N° 6, November-December 1997, 769-776.

ABRISHAMI, H. H. e MITCHELL, D., *Influence of splitting cracks on Tension Stiffening*, ACI Structural Journal, V. 93, N° 6, November-December 1996, pp. 703-710.

FIELDS, K. e BISCHOFF, P.H., *Tension Stiffening and Cracking of high strength reinforced concrete tension members*, ACI Structural Journal, V 101, N° 4, July-August 2004, 447-456.

FISCHER, G. e LI, V. C., *Influence of matrix ductility on tension-stiffening behavior of steel fiber reinforced engeneered cementitious composites (ECC)*, ACI Structural Journal, V. 99, N° 1, January-February 2002, 104-111.

MARZOUK, H. e CHEN, Z. W., *Nonlinear analysis of Normal and High-Strength Concrete Slabs*, Canadian Journal of Civil Engineering, V. 20, N° 4, August, 1993, pp. 697-707.

NOGHABAI, K., *Behavior of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross sections*. ACI Structural Journal, V. 97, N° 2, March-April, 2000, pp. 277-285.