TELETRANSPORTE PARCIAL DE ESTADOS EMARANHADOS SEM MEDIDA DOS ESTADOS DE BELL

CARDOSO, Wesley Bueno[1]; **de ALMEIDA**, Norton Gomes[2]
[1]Bolsista de mestrado (CAPES). Instituto de Física - Óptica Quântica,
wesleybcardoso@gmail.com
[2]Orientador / Núcleo de Pesquisas em Física/UCG, Instituto de Física/UFG,
nortongomes@ucg.br

Palavras chave: Teletransporte quântico, Estados de Bell, Cavidades QED

1 INTRODUÇÃO

Bennett *et al.* [1] foram os primeiros a mostrarem que o emaranhamento quântico podia ser usado para teletransportar um estado quântico. Emaranhamento é a chave elementar para as aplicações na informação e comunicação quântica [2]. O teletransporte de estados quânticos foi demonstrado primeiramente por Bouwmeester *et al.* [3].

Um esquema para um teletransporte parcial de estados emaranhados de zero- e um-fóton de ondas viajantes foi proposto por Lee *et al.* em [4]. Um fator determinante deste esquema é que ele requer apenas meios ópticos lineares e divisores de feixes. No esquema de Lee [4] foi usado a medida dos estados de Bell. Aqui nós mostramos um esquema para teletransportar um estado emaranhado com troca de parceiro. Este esquema com troca parcial de emaranhamento é realizado sem a medida explicita da base de Bell usando cavidades QED [5] (Figura 1). Nesta situação a cavidade A está previamente emaranhada com a cavidade B, no seguinte estado:

$$|\Psi\rangle_{AB} = C_0 |1\rangle_A |0\rangle_B + C_1 |0\rangle_A |1\rangle_B . \tag{1}$$

onde C_0 and C_1 são coeficientes desconhecidos. Nosso objetivo é teletransportar o estado de um dos modos de $|\Psi\rangle_{AB}$.

2 METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO

Supondo que a cavidade (C) está previamente preparada no estado de vácuo, e um átomo de Rydberg está previamente preparado no estado excitado $|e\rangle_1$, podemos escrever o estado do sistema todo ($|\Psi\rangle_{AB} \otimes |0\rangle_C \otimes |e\rangle_1$) como

$$|\varphi\rangle_{ABC1} = C_0 |1\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 + C_1 |0\rangle_A |1\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 . \tag{2}$$

Nós primeiramente enviamos este átomo através da cavidade C. Na representação de interação, a interação átomo-cavidade é descrita pelo Hamiltoniano de Jaynes-Cummings

$$H_I = \lambda \left(a^\dagger S^- + a S^+ \right) ,$$

em que $a^\dagger$ e a são os operadores de criação e de aniquilação do campo na cavidade, S^+ e S^- são os operadores de levantamento e abaixamento para os níveis atômicos, λ é a constante de acoplamento entre o átomo e o campo. Após a interação com a cavidade C, o estado do sistema passa a ser descrito como

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle\prime_{ABC1} = & \frac{C_0}{\sqrt{2}} \left(|1\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 - i |1\rangle_A |0\rangle_B |1\rangle_C |g\rangle_1 \right) \\ & + \frac{C_1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle_A |1\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 - i |0\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C |g\rangle_1 \right) , \end{aligned} \tag{3}$$

[1]Bolsista de mestrado (CAPES). Instituto de Física - Óptica Quântica, wesleybcardoso@gmail.com
[2]Orientador / Núcleo de Pesquisas em Física/UCG, Instituto de Física/UFG, nortongomes@ucg.br

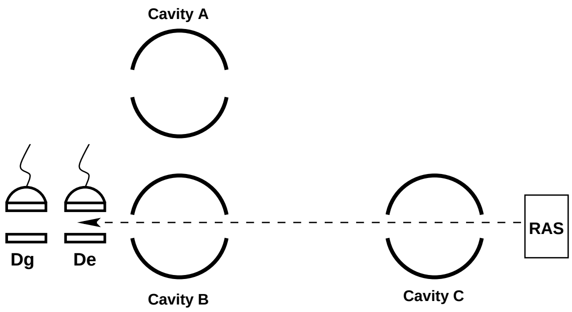

Figura 1: Esquema para o teletransporte parcial de estados emaranhados em cavidades QED. O aparato é constituído por uma fonte de átomos de Rydberg (RAS), três cavidades - QED e detectores seletivos de estados atômicos.

para um ajuste de $\lambda t = \pi/4$. Agora, este mesmo átomo interage com a cavidade B, levando o estado do sistema em

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle''_{ABC1} = {} & \frac{C_0}{\sqrt{2}} \left(\cos(\lambda t') |1\rangle_A |0\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 - i \sin(\lambda t') |1\rangle_A |1\rangle_B |0\rangle_C |g\rangle_1 - i |1\rangle_A |0\rangle_B |1\rangle_C |g\rangle_1\right) \\ & + \frac{C_1}{\sqrt{2}} \Big(\cos(\sqrt{2}\lambda t') |0\rangle_A |1\rangle_B |0\rangle_C |e\rangle_1 - i \sin(\sqrt{2}\lambda t') |0\rangle_A |2\rangle_B |0\rangle_C |g\rangle_1 \\ & - i \cos(\lambda t') |0\rangle_A |1\rangle_B |1\rangle_C |g\rangle_1 - \sin(\lambda t') |0\rangle_A |0\rangle_B |1\rangle_C |e\rangle_1\Big). \end{aligned} \tag{4}$$

Agora (considerando o ajuste $\lambda t' = \pi/4$), podemos ter as seguintes possibilidades, dependendo da medida de Alice:

i) se Alice detecta o estado do átomo-campo em $|1\rangle_B |g\rangle_1$, ela deve informar a Bob, através de um canal clássico de informação, que ele possui exatamente o estado que ela queria teletransportar

$$|\Psi\rangle_{AC} = C_0 |1\rangle_A |0\rangle_C + C_1 |0\rangle_A |1\rangle_C ; \tag{5}$$

ii) se Alice detecta o estado do átomo-campo em $|0\rangle_B |e\rangle_1$, ela deve informar o Bob que o estado emaranhado dos modos $A - C$ é

$$|\Psi\rangle_{AC} = C_0 |1\rangle_A |0\rangle_C - C_1 |0\rangle_A |1\rangle_C , \tag{6}$$

e necessita receber uma operação unitária para que Bob obtenha exatamente o estado teletransportado, dado pela Eq. (5). Deste modo temos o estado da cavidade B, que constituía parte do par emaranhado com a cavidade A, teletransportado para a cavidade C.

Algo similar pode ser realizado com o estado da cavidade A, teletransportando seu estado para outra cavidade. Este tipo de procedimento pode ser usado para processos de computação quântica, com um pequeno obstáculo relacionado com o tempo de vida dos estados quânticos dentro da cavidade. Mesmo assim, processos de computação quântica envolvendo cavidades-QED podem ser realizados em tempos inferiores ao tempo de decoerência das mesmas. Aqui, a fidelidade do estado teletransportado é de 100% com 50% de probabilidade de sucesso.

2.1 EMARANHADOS ATÔMICOS

Um outro esquema para o teletransporte parcial de estados atômicos, mostrado na figura 2, será também apresentado. Para este caso, consideraremos o estado inicial dado por

$$|\Psi\rangle_{12} = C_0 |g\rangle_1 |e\rangle_2 + C_1 |e\rangle_1 |g\rangle_2 . \tag{7}$$

onde os índices 1 e 2 se referem aos átomos 1 e 2 previamente emaranhados (estado emaranhado de entrada "IES"), C_0 e C_1 são coeficientes desconhecidos. Podemos usar mais um átomo (representado pelo índice 3) e uma cavidade-QED. Primeiramente enviamos o átomo no estado excitado

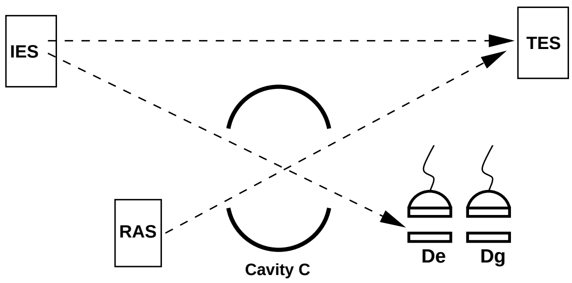

Figura 2: Esquema para teletransporte parcial de estados atômicos emaranhados. O aparato é constituído por uma fonte de átomos de Rydberg (RAS), um estado emaranhado entre dois átomos de Rydberg (IES), uma cavidade-QED (Cavity C), e detectores seletivos de estados atômicos. O "TES"é o estado teletransportado.

($|e\rangle_3$), através da cavidade-QED. Após a interação, podemos escrever o estado do sistema todo como

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{123C} = & \frac{C_0}{\sqrt{2}} \left(|g\rangle_1 |e\rangle_2 |e\rangle_3 |0\rangle_C - i\, |g\rangle_1 |e\rangle_2 |g\rangle_3 |1\rangle_C\right) \\ & + \frac{C_1}{\sqrt{2}} \left(|e\rangle_1 |g\rangle_2 |e\rangle_3 |0\rangle_C - i\, |e\rangle_1 |g\rangle_2 |g\rangle_3 |1\rangle_C\right), \end{aligned} \tag{8}$$

para um ajuste de $\lambda t = \pi/4$, onde o índice C refere-se a cavidade-QED. Em seguida enviamos o átomo 1 para interagir com um modo do cavidade-QED. O sistema, após a interação do átomo 1 com o campo da cavidade, passa a ser representado por

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle\prime_{123C} = & \frac{C_0}{\sqrt{2}} \left(|g\rangle_1 |e\rangle_2 |e\rangle_3 |0\rangle_C - i\cos(\lambda t\prime)\, |g\rangle_1 |e\rangle_2 |g\rangle_3 |1\rangle_C - \sin(\lambda t\prime)\, |e\rangle_1 |e\rangle_2 |g\rangle_3 |0\rangle_C\right) \\ & + \frac{C_1}{\sqrt{2}} \left(\cos(\lambda t\prime)\, |e\rangle_1 |g\rangle_2 |e\rangle_3 |0\rangle_C - i\sin(\lambda t\prime)\, |g\rangle_1 |g\rangle_2 |e\rangle_3 |1\rangle_C \right. \\ & \left. - i\cos(\sqrt{2}\lambda t\prime)\, |e\rangle_1 |g\rangle_2 |g\rangle_3 |1\rangle_C - \sin(\sqrt{2}\lambda t\prime)\, |g\rangle_1 |g\rangle_2 |g\rangle_3 |2\rangle_C\right). \end{aligned} \tag{9}$$

Agora (considerando o ajuste $\lambda t\prime = \pi/4$), podemos ter as seguintes possibilidades, dependendo da medida de Alice:

i) se Alice detecta o estado átomo-campo em $|g\rangle_1 |1\rangle_C$, ela deve informar a Bob, através de um canal clássico de informação, que ele possui exatamente o estado que ela queria teletransportar

$$|\Psi\rangle_{12} = C_0 |g\rangle_3 |e\rangle_2 + C_1 |e\rangle_3 |g\rangle_2 ; \tag{10}$$

ii) se Alice detecta o estado átomo-campo em $|e\rangle_1 |0\rangle_C$, ela deve informar o Bob que o estado emaranhado dos modos $A - C$ é

$$|\Psi\rangle_{12} = C_0 |g\rangle_3 |e\rangle_2 - C_1 |e\rangle_3 |g\rangle_2 , \tag{11}$$

e necessita receber uma operação unitária para que Bob obtenha exatamente o estado teletransportado, dado pela Eq. (10). Aqui o átomo 3 toma o lugar do átomo 1 do par emaranhado.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Podemos ainda usar outro esquema, mostrado na figura 3, para teletransportar um estado emaranhado desconhecido entre uma cavidade e um átomo (Cavidade A - átomo 1), de forma que o estado seja parcialmente teletransportado mudando o par (Cavidade A para Cavidade B). O formalismo matemático é similar aos dos esquemas mostrados acima.

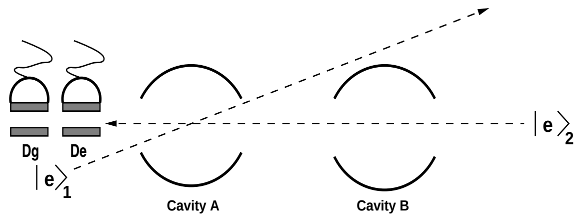

Figura 3: Esquema para o teletransporte parcial de um estado emaranhado entre uma cavidade e um átomo. O aparato é constituído por duas fontes de átomos de Rydberg, duas cavidades-QED (Cavity A and B), e detectores seletivos de estados atômicos.

Para os átomos de Rydberg com número quântico principal 50 e 51, o tempo de decoerência é $Tr = 3 \times 10^{-2} s$, e a constante de acoplamento é $g = 2\pi \times 25kHz$ [6]. Então, o tempo de interação do átomo 1, para o primeiro esquema, com o campo na cavidade é $\pi/(4g) = 0.5 \times 10^{-5} s$. Logo o tempo de viajem desse átomo pode ser assumido como sendo $0.5 \times 10^{-4} s$. Entretanto, o tempo requerido para completar todo o procedimento é cerca de $10^{-4} s$, bem menor que Tr. O tempo de descaimento da cavidade é $Tc \approx 10^{-3} s$, distante do tempo requerido para realização do nosso procedimento. O experimento da Ref. [6] envolve dois átomos interagindo sequencialmente com dois modos da cavidade.

4 Conclusão

Em resumo, mostramos três esquemas para teletransportar parcialmente um estado emaranhado com fidelidade de 100% e probabilidade de sucesso de 50%. A idéia apresentada aqui também pode ser utilizada para teletransportar parcialmente um estado desconhecido de um emaranhado de íons em armadilhas lineares. Concluindo, baseando-se nas presentes técnicas para cavidades-QED nosso esquema pode ser realizado experimentalmente.

Agradecimentos

Nós agradecemos a VPG e CNPq (NGA), e a CAPES (WBC).

Referências

[1] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Peres, and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).

[2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2000).

[3] D. Bouwmeester et al., Nature (London) **390**, 575 (1997); D. Bochi et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 1121 (1998); A. Fuurusawa et al., Science **282**, 706 (1998); M. A. Nielsen et al., Nature (London) **396**, 52 (1998); Y.-H. Kim et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 1370 (2001); M. Riebe et al., Nature (London) **429**, 734 (2004); M. D. Barrett et al., Nature (London) **429**, 737 (2004).

[4] H-W. Lee and J. Kim, Phys. Rev. A **63**, 012305 (2000).

[5] Shi-Biao Zheng, Phys. Rev. A **69**, 064302 (2004).

[6] A. Rauschenbeutel, P. Bertet, S. Osnaghi, G. Nogues, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, Phys. Rev. A **64**, 050301 (2001).