

A fundamentação de Frege da noção de “Número Natural”

SILVA JÚNIOR, S. O.¹; PORTO, A. S.²

Palavras-chave: Generalidade, Propriedade, Número

1. INTRODUÇÃO (justificativa e objetivos)

Segundo Frege, os números, assim como as outras noções fundamentais da Aritmética, podem ser definidas levando-se em consideração apenas às noções de sua nova lógica por derivações a partir de axiomas e das regras de transformação que não envolvessem nada além dessa Lógica. A partir disso, Frege defenderá uma nova lógica em oposição à lógica aristotélica, lançando as bases operatórias que permitiram derivar a Aritmética à Lógica. É no “*Os Fundamentos da Aritmética*” que Frege dá vida a sua definição de número (cardinal), definido em termos estritamente lógicos. Frege afirma que número não é uma propriedade das coisas (dos objetos), mas sim, uma *propriedade de propriedades* das coisas, ou seja, Frege diz que os números são, em sua nomenclatura, “propriedades de segunda ordem”, em contraste com as propriedades de objetos, de primeira ordem. Frege também discute, nos “*Fundamentos da Aritmética*” a idéia de “conjunto” em oposição à idéia de um mero “agregado”. Ele distingue as duas noções afirmando que o primeiro, conjunto, é uma entidade abstrata, um objeto abstrato, não sendo algo passível de apreensão sensível (algo material), podendo apenas ser pensado. Já agregado é apenas a mera reunião de objetos sensíveis em um único todo também material. A partir disto, Frege apresenta toda uma discussão em torno do problema de atribuições numéricas a agregados. Nosso objetivo principal é explorarmos a proposta de Frege para a elucidação das noções aritméticas, principalmente a noção de “número cardinal”. Como já mencionamos acima, essa proposta envolve vários ingredientes complexos: uma nova concepção de generalidade levada a cabo pela introdução, por Frege, dos quantificadores predicativos, o quantificador existencial e o quantificador universal; a distinção entre extensões (i.e., conjuntos) e agregados; uma nova concepção de “nome” e de “predicado”, a utilização da noção de “equinumerosidade” como pivô da caracterização de “número cardinal”, enfim, os vários elementos semânticos e lógicos que compõe a filosofia da matemática de Frege.

2. METODOLOGIA

Como pesquisas em filosofia não costumam incluir usos de laboratórios ou pesquisas de campo, entre outras coisas técnicas. Os estudos são realizados através de leituras e fichamentos dos livros de nossa bibliografia tentando isolar os elementos lógicos, os argumentos e os conceitos fundamentais que esses textos envolvem. São realizados encontros semanais com o orientador para o esclarecimento de dúvidas, leituras e “aulas” para melhor compreensão do

assunto. Há também resolução de exercícios para fixação dos sistemas e estruturas lógicos e matemáticos e, discussões conceituais com o orientador.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 – Problema do falso

A solução do problema do falso é obtida através da divisão da proposição em sujeito e predicado, que por sua vez possuem correspondentes ontológicos, respectivamente objeto e propriedade. Neste caso a diferença entra a proposição verdadeira e a falsa é dada na conexão entre a proposição e a realidade. Na proposição falsa essa conexão não existe da mesma maneira que na proposição.

3.2 – Conjunto e agregado

Um conjunto é uma maneira de se referir a alguma coisa, maneira esta que é determinada por certas propriedades que devem ser “satisfeitas” por essa coisa, sendo inclusive esta maneira (este conjunto) determinada por um conceito. Para Frege, conjunto sempre parte de uma propriedade para chegar num objeto abstrato (que é o próprio conjunto). O critério para se determinar um conjunto é ter propriedade(s) e não necessariamente objetos que a(s) satisfaçam. Agregados são sempre concretos. Enquanto que conjuntos são sempre abstratos, agregado é uma reunião de coisas físicas (com duas interpretações: aproximação física ou como sendo um objeto físico), por isso não faz sentido “agregado unitário” ou vazio.

3.3 – Nova concepção de generalidade

As frases ‘(André) [é barbudo]’ e ‘(Os gaúchos) [são brasileiros]’, tanto para Aristóteles quanto para os gramáticos há, na segunda frase, uma propriedade [ser brasileiro] sendo atribuída a um objeto (Os gaúchos), ou seja, um predicado sendo atribuído a um sujeito. Mas, Frege diz que, na segunda sentença, existem dois predicados: [ser brasileiro] e [ser gaúcho]. É através desta nova interpretação das proposições, que Frege revolucionou a lógica. A interpretação fregeana consiste: para todo (x), se (x) é gaúcho, então (x) é brasileiro, ou seja, $[\forall x] (G_{(x)} \rightarrow B_{(x)})$, ou (o conjunto dos gaúchos) está contido no (conjunto dos brasileiros). Com essa frase, segundo Frege, se afirma a universalidade de uma propriedade composta. **[Todo (x)] (se (x) é gaúcho, então (x) é brasileiro)**. Para negar uma proposição negamos o predicado. No caso da proposição acima, [Todo] é o predicado, que, na negação da proposição, fica [nem todo] (gaúcho é brasileiro); assim, nega-se a universalidade da relação.

4. CONCLUSÃO

Número não é um aglomerado de coisas nem uma propriedade de coisas exteriores. Em Frege, é tido como uma propriedade de segunda ordem, ou seja, uma propriedade de propriedades. Também a indicação numérica, vimos, deve ser apreendida como equação. Pois importava estabelecer o sentido de uma equação numérica, exprimi-lo sem fazer uso dos numerais ou da palavra “número”. Encontramos a possibilidade de coordenar biunivocamente os objetos que caem sob um conceito F aos que caem sob um conceito G como conteúdo de um juízo de reconhecimento de números. Nossa definição teve pois que apresentar essa possibilidade como equivalente a uma “equação numérica”.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FREGE, Gottlob

- 1884 *Fundamentos da Aritmetica*. Trad. Luís Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1974 (Col. Os Pensadores).
- 1892 *Sobre o Conceito e o Objeto*. Em *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. Paulo Ancoforado. São Paulo: Cultrux e Edusp. Pgs 87-104.
- 1892 *Sobre o Sentido e a Referência*. Em *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. Paulo Ancoforado. São Paulo: Cultrux e Edusp. Pgs 59-86.

¹ Voluntário de iniciação científica. Departamento de Filosofia oliveira_silvio@hotmail.com

² Orientador/Departamento de Filosofia andre.s.porto@uol.com.br