

GERAÇÃO E PROPRIEDADES DO ESTADO DE FASE DESLOCADO

SOUZA, Alexandre Divino de¹; BASEIA, Basílio ².

Palavras-chave: Óptica Quântica, Estado de fase, Estado de fase deslocado.

1. INTRODUÇÃO (justificativa e objetivos)

Os estudos das propriedades quânticas do Campo Eletromagnético Quantizado(CEQ) despertaram muito interesse nos últimos anos, em saber se um estado é não-clássico, que efeitos não-clássicos exibe e quanto não-clássico ele é, além do interesse em saber gerar o estado. E isto se justifica pelas potenciais aplicações de novos estados do campo luminoso na computação, comunicação, teletransporte e criptografia quânticas.

Seguindo as tendências atuais de pesquisa em Óptica Quântica, neste trabalho propomos a geração de um novo estado quântico do CEQ, denominado estado de fase deslocado $|\alpha, \theta_\kappa\rangle = \hat{D}(\alpha)|\theta_\kappa\rangle$, representado na notação de Dirac. Investigaremos suas propriedades não-clássicas e proporemos esquemas - experimentalmente factíveis - de geração desse estado, tanto para estados estacionários aprisionados em cavidades, quanto para estados em modos viajantes.

2. METODOLOGIA

A metodologia consistirá no uso do formalismo do CEQ, através dos operadores de criação e aniquilação, com o intuito de gerar o novo estado usando um tratamento analítico, seguido de uma análise computacional, mostrando detalhes gráficos de algumas propriedades do estado em estudo.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram divididos em duas seções: a primeira referente à definição do estado de fase deslocado; a segunda referente à análise de algumas propriedades deste estado.

3.1 - Estado de Fase Deslocado(EFD)

A geração do estado quântico do campo eletromagnético quantizado, denominado estado de fase deslocado $|\alpha, \theta_\kappa\rangle$, é obtido a partir da operação do operador deslocamento $\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}}$ no estado de fase $|\theta_\kappa\rangle$ de Pegg-Barnett[1], $|\alpha, \theta_\kappa\rangle = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{n=0}^N e^{in\theta_\kappa} |n\rangle$.

$$|\alpha, \theta_\kappa\rangle = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^N e^{in\theta_\kappa} C_m^n |m\rangle \quad (1)$$

A equação (1) é a representação analítica do estado quântico do CEQ expandido na base de estado de número, que denominamos por estado de fase deslocado $|\alpha, \theta_\kappa\rangle$; C_m^n , dados pela equação (2), são os coeficientes da expansão nessa base[2], e $\mathcal{L}_n^\alpha(x)$ são os polinômios associados de Laguerre[3].

$$C_m^n = \langle m|\alpha, n\rangle = \begin{cases} \sqrt{\frac{n!}{m!}} e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \alpha^{m-n} \mathcal{L}_n^{m-n}(|\alpha|^2) & ; \text{ para } m \geq n \\ \sqrt{\frac{m!}{n!}} e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} (-\alpha^*)^{n-m} \mathcal{L}_m^{n-m}(|\alpha|^2) & ; \text{ para } m < n \end{cases} \quad (2)$$

3.2 - Propriedades do EFD

Foram investigadas quatro propriedades do estado $|\alpha, \theta_\kappa\rangle$; são elas: cálculo da distribuição estatística de fótons (P_m); cálculo da função Q de Mandel; cálculo da função de correlação de segunda ordem $P_m^{(2)}(0)$; e por último o cálculo da função de Wigner.

A distribuição estatística de fótons para um estado $|\psi\rangle$ arbitrário é definida como $P_m = |\langle m|\psi\rangle|^2 = |C_m(\psi)|^2$, onde $C_m(\psi)$ são os coeficientes de $|\psi\rangle$ na base de Fock.

¹Bolsista de iniciação científica. Instituto de Física. alexandrepiraca@gmail.com

²Orientador, Instituto de Física, UFG, basilio@if.ufg.br

Analisando a distribuição estatística de fótons para o estado de fase deslocado das figuras 1(a), 1(b), 1(c) e 1(d), concluímos que: para t^1 grande, a função P_m é dispersa e para valores de N maiores a P_m se desloca para valores maiores de n e aumenta seu nível de excitação, e tem-se que a oscilação na distribuição estatística de fótons é um efeito não clássico. Isto acontece porque quando o parâmetro N aumenta a tendência do estado de fase deslocado é exibir uma distribuição estatística de fótons P_m como a do estado de fase, no qual possui igual probabilidade para todos valores de m ; para $t=1$ e $N=1$ a P_m exibe um fato interessante de não haver probabilidade de obter o estado de vácuo($n=0$), ou seja, o campo eletromagnético representado por este estado nunca poderá exibir o estado de vácuo.

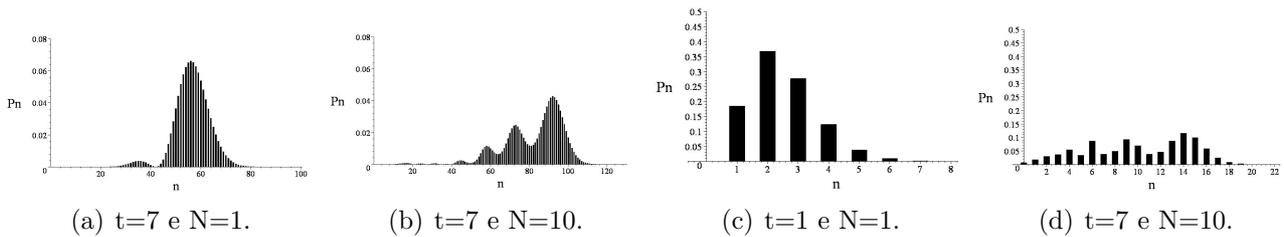


Figura 1: P_m para diferentes valores de t e N .

3.2.2 - Cálculo do parâmetro Q de Mandel

A função Q de Mandel caracteriza a ocorrência de estatística Super-Poissoniana($Q>0$) e Poissoniana($Q=0$), que são estatísticas clássicas, e Sub-Poissoniana($Q<0$), que é uma estatística quântica.

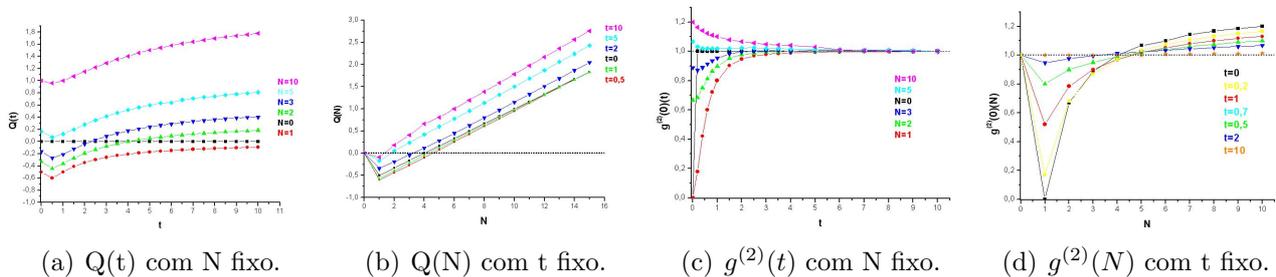


Figura 2: Função Q de Mandel e $g^{(2)}(0)$ para diferentes valores de N e t .

Analisando a função Q de Mandel nas figuras 2(a) e 2(b), pode-se observar que: para $N=0$ tem-se que $Q=0$ independente do parâmetro t , ou seja, este estado é um estado Poissoniano; a medida que t aumenta, para um dado N fixo, a função Q de Mandel aumenta de valor, exceto para $N = 0$; um caso particular interessante é quando os valores de t são pequenos(até 4 para $N=2$, por exemplo) o estado é Sub-Poissoniano, representando a presença de efeito não clássico; para valores maiores de t , a função Q de Mandel aumenta até entrar numa região em que $Q \geq 0$, não exibindo mais este efeito; para $N > 5$, independente do parâmetro t , o estado é Super-Poissoniano; e para $t \geq 10$ independente de N segue que $Q \geq 0$, logo não há ocorrência de estados Sub-Poissonianos.

3.2.3 - Cálculo da função de correlação de segunda ordem $g^{(2)}(0)$

A função $g^{(2)}(0)$ caracteriza a ocorrência de agrupamento($g^{(2)}(0) > 1$) ou anti-agrupamento de fótons($g^{(2)}(0) < 1$), ou seja, ela expressa se há ou não um reforço na probabilidade de detectar um segundo fóton logo após a detecção do primeiro fóton.

¹ t é igual a $|\alpha|^2$ que é o parâmetro de deslocamento.

²O anti-agrupamento de fótons(*photon anti-bunching*) é efeito não clássico.

Analisando os gráficos da função $g^{(2)}(0)$ nas figuras 2(c) e 2(d), pode-se ver que: para $0 \leq t < 10$ e $0 \leq N < 10$ tem-se que $g^{(2)}(0) < 1$, ou seja, estes estados apresentam o efeito não clássico de anti-agrupamento de fótons, isto é, em uma experiência envolvendo estes estados, a probabilidade de detectar o segundo fóton é menor; para o mesmo intervalo de t , porém para $N \geq 4$, observa-se que $g^{(2)}(0) > 1$, estes estados exibem o efeito agrupamento de fótons, isto é, a probabilidade de detectar um segundo fóton é maior; já para valores $t \geq 10$ há ocorrência de agrupamento de fótons; para $N=0$, exceto quando $t=0$, $g^{(2)}(0) = 0$, ou seja, a probabilidade de detecção o segundo fóton é a mesma que a do primeiro fóton, não exibe efeito de agrupamento ou anti-agrupamento de fótons; e para grandes valores de t , independente de N , $g^{(2)}(0) \rightarrow 0$, eliminando a presença de efeitos não clássicos.

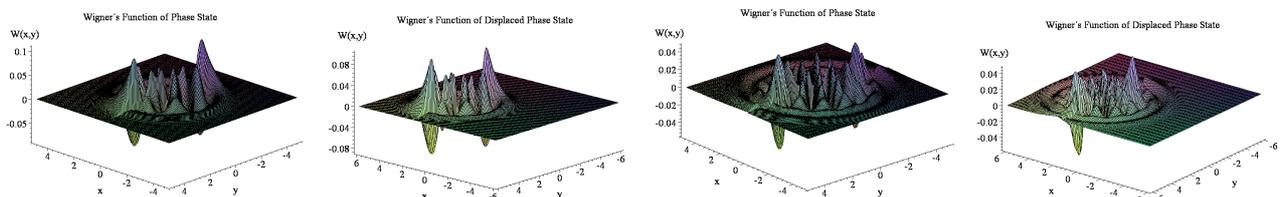
3.2.4 - Distribuição de Wigner

A função de distribuição de Wigner foi calculada para o estudo das características dos estados do CEQ proposto, dada pela equação 4, onde a $\psi(x) = \langle x | \psi \rangle$, no nosso caso $|\psi\rangle = |\alpha, \theta_\kappa\rangle$ dado pela equação 1, onde $\beta = [2(x - \sqrt{2}\alpha_x)^2 + 2(y - \sqrt{2}\alpha_y)^2]$ para $\alpha = \alpha_x + i\alpha_y$, $\lambda = \arctan\left(\frac{y - \sqrt{2}\alpha_y}{x - \sqrt{2}\alpha_x}\right)$ e $\theta_\kappa = \theta_0 + \left(\frac{2\pi}{N+1}\right) \kappa$ com $\kappa = 0, 1, 2, \dots, N$.

$$W(x, y) = \frac{e^{-\frac{\beta}{2}}}{\pi(N+1)} \left[\sum_{n=0}^N (-1)^n \mathcal{L}_n(\beta) + 2 \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N (-1)^m \sqrt{\frac{m!}{n!}} \times \right. \quad (3)$$

$$\left. \times \beta^{\frac{n-m}{2}} \mathcal{L}_m^{n-m}(\beta) \cos[(n-m)(\theta_\kappa - \lambda)] \right]$$

O gráfico desta função esta representado na figura 3 onde pode-se mostrar uma comparação entre a função de Wigner para o estado de fase, mostrando que a diferença entre elas é que uma esta deslocada no plano-xy com relação a outra, o que era de se esperar.



(a) Wigner do FS com N=5. (b) Wigner do EFD com N=5 e $\alpha = 1 + i$. (c) Wigner do FS com N=10. (d) Wigner do EFD com N=10 e $\alpha = 1 + i$.

Figura 3: Funções de Wigner para o estado de fase(FS) e o estado de fase deslocado(EFD).

4. CONCLUSÃO

Gerou-se um novo estado do campo eletromagnético quantizado, nomeado de estado de fase deslocado. Calculamos algumas de suas propriedades, entre elas, a função Q de Mandel, a função de correlação de segunda ordem $g^2(0)$, a função de distribuição de número de fótons e a função de Wigner, que na Óptica Quântica possui uma grande importância. Analisamos certas características não clássicas do estado proposto, tais como: estatística Sub-Poissoniana, o efeito anti-agrupamento de fótons, probabilidade zero e oscilações na distribuição de número de fótons.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. T. Pegg and S. M. Barnett, *Europhys. Lett.*, **6**, 483(1988); *J. Mod. Opt* **36**, 7(1988); *Phys. Rev. A* **39**, 1665(1989).
- [2] F. A. M. de Oliveira, M. S. Kim, P. L. Knight, e V. Buek. *Properties of displaced number states*. *Phys. Rev. A*, **41**, 2645. 1990.
- [3] G. B. Arfken and H. J. Weber, *Mathematical methods for physicists*, Academic Press, 1995. p.779.

FONTE DE FINANCIAMENTO - CNPq/PIBIC