VARGAS, T.M. ; GARCIA ,R.A. , Geometria Conforme de Curvas e Superfícies . In: CONGRESSO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO DA UFG - CONPEEX, 3., 2006, Goiânia. **Anais eletrônicos do XIV Seminário de Iniciação Cientifica** [CD-ROM], Goiânia: UFG, 2006. n.p**.**

GEOMETRIA CONFORME DE CURVAS E SUPERFÍCIES

VARGAS, Tiago Moreira [1]; **GARCIA**, Ronaldo Alves [2]

Palavras-chave: Geometria Diferencial, Probabilidade e Estatística, Equações Diferenciais Ordinárias

1. INTRODUÇÃO (justificativa e objetivos)

Relacionamos nesse trabalho duas grandes áreas da matemática : geometria diferencial e probabilidade. Para concretizar o projeto , tomamos como base o artigo (1) onde Edelman Kostlan (1995) fazem o estudo sobre o número esperado de zeros reais de um polinômio aleatório.

Esse relatório final menciona basicamente os estudos feitos com base nesse artigo. Em (1) os objetivos principais foram o de calcular a fórmula integral de Kac , para a esperança do número de zeros reais para um polinômio aleatório com coeficientes distribuídos através da normal padrão e também provar que a esperançaa do número de zeros reais é simplesmente o tamanho do momento da curva

$$x(t) = (1, t, t^2, ..., t^n)$$

projetada na superfície da esfera unitária dividido por π . A densidade de probabilidade dos zeros reais é proporcional µa velocidade com que a curva é percorrida pelo parâmetro real *t* . No nosso trabalho , demos ênfase a esse enfoque e com ele , estudamos vários exemplos relacionados. Para facilitar os cálculos , principalmente da fórmula de käc, recorremos a métodos estatísticos para o cálculo de integrais , que foram tópicos estudados pelo autor desse trabalho em (3) . Também nesse trabalho , relacionamos o estudo do número esperado de raízes reais de uma equação , gerada por uma base qualquer de funções retificáveis , com coeficientes aleatórios distribuídos através da normal padrão , ou seja , equações do tipo

$$a_1 f_1 + a_2 f_2 + ... + a_n f_n = 0.$$

Como justificativa para o estudo desse tópico , podemos citar a interdisciplinaridade , pois relacionados áreas distintas da matemática dentro do mesmo projeto , e também o tema ser interessante e relevante dentro da pesquisa em matemática.

2. METODOLOGIA

A metodologia utilizada no plano de pesquisa foi do da investigação científica. A orientação foi acompanhada com encontros semanais com o orientador. Foram feitos também seminários com outros alunos do curso de matemática envolvidos em projetos de iniciação científica.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No projeto , fizemos o estudo dos seguintes tópicos :

3.1. Polinômios Aleatórios e Geometria Elementar Nessa parte do trabalho , definimos polinômios aleatórios e trabalhamos com o resultados básicos da Geometria Elementar das curvas no espaço.

3.2. O número esperado de zeros reais de um polinômio aleatório Nessa parte do trabalho , definimos esperança do número de zeros reais de um polinômio aleatório e estudamos a fórmula integral de käc , que pode ser enunciada a partir de respectivos definição e teorema:

Definição 1 *O número esperado de zeros reais de um polinômio aleatório , que é um polinômio identificado como uma curva com pontos uniformemente distribuídos sobre a esfera é dado por*

$$E_n = \frac{1}{\pi}.|\gamma|.$$

Teorema 1. *(fórmula de Kac) O número esperado de zeros reais de um polinômio de grau n com coeficientes reais distribuídos através da distribuição normal padrão é dado por*

$$E_n = \frac{1}{\pi}.\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{\frac{1}{(t^2-1)^2}-\frac{(n+1)^2t^{2n}}{(t^{2n+2}-1)^2}}dt$$

com esses instrumentos , procuramos calcular o número de zeros de polinômios aleatórios com graus superiores. Para isso , utilizamos o método de Monte Carlo para o cálculo de Integrais , que é um método estatístico para estimar valores de integrais definidas.

3.3. Funções aleatórias com coeficiente central Normal Nesse tópico , o objetivo foi calcular o número de zeros reais de funções geradas por bases quaisquer de funções retificáveis com coeficientes distribuídos através da normal padrão. O seguinte teorema foi a base para esse estudo.

Teorema 2 *Seja* $v(t) = (f_0(t), f_1(t), ..., f_n(t))^T$ *uma coleção de funções diferenciáveis e* $a_0, a_1, ..., a_n$ *sendo as coordenadas de um vetor distribuído através da normal multivariada com medida nula e matriz de covariância C. A esperança do número de zeros reais num conjunto mensurável I da equação*

$$a_0f_0(t) + a_1f_1(t) + a_2f_2(t) + ... + a_nf_n(t) = 0$$

é

$$\int_I \frac{1}{\pi}\|W'(t)\|dt.$$

A notação logarítmica derivada dessa fórmula é dada por

$$\frac{1}{\pi}\int_I (\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(log(v(x)^TCv(y))_{|x=y=t})^{1/2}dt$$

4. CONCLUSÃO

Podemos concluir que todos os temas estudados são de suma importância para a pesquisa em matemática , e que os objetivos principais do projeto foram alcançados. Relacionamos vários tópicos diferentes dentro do mesmo projeto e buscamos soluções para resolver vários exemplos através dos teoremas , e quando somente estes não foram suficientes , trabalhamos com recursos computacionais.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1]A. Edelman , E. kostlan in How many zeros of a random polynomial are real ? bulletin of the American mathematical society , volume 32 , number 1 , january 1995.

[2] K. Farahmand , A. Shaposhnikov , The expected number of level crossings of random trigonometric polynomials , applied mathematics letters , june 2003.

[3]T.M.Vargas , Passeios Aleatórios , Teoria Extremal dos Conjuntos e Simulações , in: Anais do II Conpeex - Congresso de Pesquisa , Ensino e Extensão da UFG e XIII Seminário de iniciação científica da UFG , outubro de 2005.

[4] Do Carmo , M. P. , Geometria Diferencial de curvas e Superfícies . Textos universitários , SBM , 2005.

FONTE DE FINANCIAMENTO – CNPq/PIBIC

[1] Bolsista de iniciação científica. Instituto de Matemática e Estatística , tiagomoreiravargas@yahoo.com.br

[2] Orientador/Instituto de Matemática e Estatística /UFG, ragarcia@mat.ufg.br