Malaquias, A. G. B. ; Mizukoshi , M. T. Equação Diferencial Fuzzy: modelo Lotka-Volterra ”Puramente Fuzzy”. In: CONGRESSO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO DA UFG - CONPEEX, 3. , 2006, Goiânia. Anais eletrônicos do XIV Seminário de Iniciação Cientifica [CD-ROM], Goiânia: UFG, 2006. n.p.

1 Introdução

Neste trabalho estamos interessados em estudar a modelagem matemática no contexto fuzzy. A Teoria Fuzzy é utilizada em problemas cujos dados são incertos e além disso, não podemos coletar os dados com a precisão que o problema exige. Daremos ênfase ao estudo do modelo de Lotka-Volterra dado por:

$$\begin{cases} x' = ax - \alpha xy \\ y' = -by + \beta xy \end{cases}, \qquad (*)$$

onde

- x: densidade de presas;
- y: densidade de predadores;
- a: taxa de crescimento de presas;
- b: taxa de mortalidade de predadores;
- α : taxa de mortalidade das presas devido a interação da presa com o predador;
- β : taxa de conversão de biomassa de presas capturadas em predadores.

estudaremos o modelo $(*)$ como um sistema “puramente fuzzy”. Para tanto utilizaremos regras fuzzy que descrevem linguísticamente, de acordo com informações de especialistas, situações específicas e cuja inferência nos conduz a algum resultado desejado.

2 Metodologia

Uso do acervo bibliográfico para estudo e compreensão dos conceitos e definições envolvidos no sistema baseado em regras fuzzy e nos métodos de inferência para a modelagem lingüística no contexto fuzzy e apoio computacional como a utilização do Toolbox Fuzzy do pacote Matlab para o estudo do Modelo Lotka-Volterra puramente fuzzy.

3 Resultados e Discussões

As equações variacionais fuzzy tem sido estudadas por distintos métodos. A primeira tentativa de se contemplar subjetividades do tipo não aleatório em sistemas variacionais foi com a derivada de Hukuhara que não teve grandes sucessos sendo a causa principal o fato que com tal processo nunca se a estabilidade da solução. Um método mais interessante é aquele que consiste em fuzzificar as soluções de um modelo determinístico, usando Extensão de Zadeh. O que faremos agora é adotar um processo interativo considerando as variações obtidas por meio de uma base de regras. Iremos propor um modelo tipo presa-predador, utilizando a subjetividade inerente à teoria fuzzy para estabelecer a interrelação entre as espécies.

Uma população x de presas tem como característica principal sua potencialidade como presa, definida por

$p_x = \int_0^{x_{max}} x\varphi_x dx$ no caso contínuo ou $p_x = \sum_{i=1}^{n} x_i\varphi_{xi}$ no caso discreto

A potencialidade de uma população de predadores é definida de maneira análoga.

Vamos supor que o sistema presa-predador seja estudado por meio de um controlador fuzzy cujas entradas são variáveis de estado p_x e p_y, com as mesmas interpretações que o modelo clássico de Lotka-Volterra. As saídas, Δ_x e Δ_y, representam, respectivamente, as variações das presas e dos predadores. Todas as variáveis são consideradas linguísticas e cada uma delas, pode ser conhecida apenas qualitativamente e modelados por conjuntos fuzzy, cujas funções de pertinência são obtidas junto a um especialista.

Definição das variáveis de entrada e saída Adotamos as variáveis potencialidade de presas p_x e potencialidade de predador p_y como entradas e variação de potencialidade de presa Δ_x e de predador Δ_y como saídas.

Para p_x e p_y consideramos 3 conjuntos, ou termos linguísticos que representam as proposições fuzzy para estas variáveis: baixa(B), média(M) e alta(A).

Fuzzificação da potencialidade de presa: Os graus de pertinência de cada termo linguístico estão definidos na figura 1

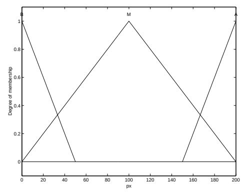

Figura 1: Variável potencialidade de presa.

Fuzzificação da potencialidade de predador: Os graus de pertinência de cada termo linguístico estão definidos na figura 2

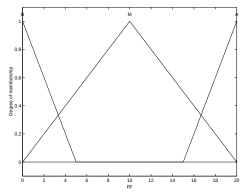

Figura 2: Potencialidade de predador.

Definição das variáveis de saída A variável variação de potencialidade de presa Δ_x e de predador Δ_y representa a quantidade de variação das respectivas variáveis de estado, conforme a figura 3

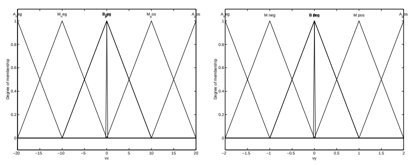

Figura 3: Variação da potencialidade de presa e predador.

As relações entre as variáveis para modelar o sistema foram obtidas nas observações feitas no modelo clássico de Lotka-Volterra.

Definimos então uma base de regras tendo as potencialidades como entradas e como saídas suas variações. As regras estão dispostas na seguinte tabela:

p_y/p_x	alta	média	baixa
alta	Δ_xé média negativa Δ_yé média e positiva	Δ_xé alta e negativa Δ_yé baixa e negativa	Δ_xé média e negativa Δ_yé média e negativa
média	Δ_xé baixa e negativa Δ_yé alta e positiva	Δ_xé baixa Δ_yé baixa	Δ_xé baixa e positiva Δ_yé alta e negativa
baixa	Δ_xé média e positiva Δ_yé média e positiva	Δ_xé alta e positiva Δ_yé baixa e positiva	Δ_xé média e positiva Δ_yé média e negativa

O método de inferência aqui utilizado é o método de Mamdani.

Malaquias, A. G. B. ; Mizukoshi , M. T. Equação Diferencial Fuzzy: modelo Lotka-Volterra "Puramente Fuzzy". In: CONGRESSO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO DA UFG - CONPEEX, 3. , 2006, Goiânia. Anais eletrônicos do XIV Seminário de Iniciação Cientifica [CD-ROM], Goiânia: UFG, 2006. n.p.

4 Conclusão

Ao utilizar o Princípio de Extensão de Zadeh para se contemplar subjetividades do tipo não aleatório em sistemas variacionais vimos que este método consiste apenas em fuzzificar as soluções de um modelo determinístico. Mas algumas vezes um sistema determinístico poderá não apresentar solução explícita e neste caso o método não poderá ser utilizado. Assim sendo, estudamos o modelo Presa-Predador através de regras fuzzy, o qual foi denominado de análise puramente fuzzy, já que as informações obtidas para as variáveis de estado são linguísticas e cada uma destas variáveis, pode ser conhecida apenas qualitativamente e modeladas por conjuntos fuzzy, cujas funções de pertinência são obtidas junto a um especilista. Fizemos a simulação utilização Mandami e vimos que a solução obtida assim é satisfatória.

Referências

[1] Bassanezi,R.C. , *Sistemas Dinâmicos puramente fuzzy*, Anais 3 Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, Unesp, Campus Ilha Solteira, 2004.

[2] Bassanezi, R. C. e Barros, L. C. , *Introdução à Teoria Fuzzy: aplicações em Biomatemática*, Congresso Latino Americano de Biomatemática, Campinas, São Paulo. 2001.

[3] Buckley,J.J., Eslami, E. e Feuring, T. , *Fuzzy Mathemartics in Economics and Engineering*, Physica-Verlag Heidelberg, New York, pp.145-136, 2002.

[4] Massad,E., de Menezes, R.X., Silveira, P.S.P e Ortega,N.R.S., *Metódos Quantitativos em Medicina*, Manole, São Paulo,pp.469-492, 2004.

[1] Bolsista de Iniciação Científica. Instituto de Matemática e Estatística, ariannybaiao@hotmail.com

[2] Orientadora Instituto de Matemática e Estatística, mtuyako@mat.ufg.br