II CONPEEX
XIII Seminário de Iniciação Cientifica da UFG

Instabilidade Paramétrica de Colunas Sobre Base Elástica

CASTANHEIRA, Mariana Cassiano - mari08_eng@hotmail.com;
PRADO, Zenon J. Guzman N. del - zenon@eec.ufg.br;

Palavras chaves:
Colunas, Base elastica, Vibracoes nao-lineares, Instabilidade dinamica.

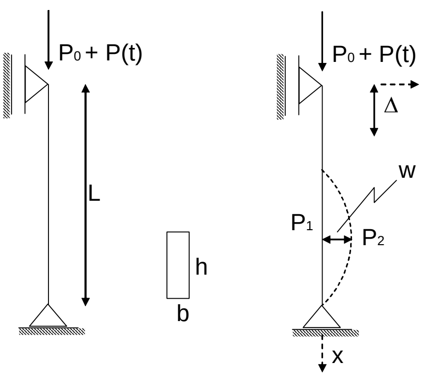
INTRODUÇÃO

A instabilidade paramétrica de elementos estruturais esbeltos é um problema clássico da teoria da estabilidade, esta relacionada com o termo excitação paramétrica, o qual designa um caso particular de vibração forçada em que a solicitação aparece na equação de movimento não como uma não-homogeneidade, mas na forma de coeficientes que variam com o tempo, sendo estes geralmente periódicos.

Em contraste com o caso de uma excitação externa na qual uma pequena excitação não pode produzir uma grande resposta, a menos que a freqüência da excitação esteja próxima de uma das freqüências naturais do sistema (ressonância primária), uma pequena excitação paramétrica pode produzir uma resposta de grande amplitude quando a freqüência da excitação é aproximadamente duas vezes umas das freqüências naturais do sistema (ressonância paramétrica principal). Pode também ocorrer ressonância paramétrica quando a freqüência da excitação for próxima da freqüência natural e de certos submúltiplos desta freqüência.

METODOLOGIA

Considera-se uma coluna elastica de comprimento L, inercia EI, apoiada dobre uma base elastica de rigidez K e carregada por uma carga axial da forma P=Po+P(t), como visto na figura abaixo.



O potencial das cargas é dado pelo produto da carga, $\left(P_0 + P(t)\right)$, e o encurtamento na extremidade da estrutura, Δ, podendo ser expresso como $V_p = \left(P_0 + P(t)\right)\Delta$. Substituindo-se o valor de $\Delta = \int_0^L \left(\frac{1}{2}W_{,x}{}^2 + \frac{1}{8}W_{,x}{}^4\right)dx$ e verificando que o deslocamento é realizado no sentido contrário ao das forças o potencial das cargas externas fica sendo: $V_p = -\int_0^L \left(P_0 + P(t)\right)\left[\frac{1}{2}W_{,x}{}^2 + \frac{1}{8}W_{,x}{}^4\right]dx$.

Para um elemento de viga esbelta, geralmente se considera apenas o efeito da inércia à translação na direção transversal ao eixo da viga. Neste caso, tem-se que a energia cinética é dada por $T = \int_0^L \frac{1}{2}\rho A_s \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2 dx$.

Quando se quer realizar uma análise paramétrica, é importante que a mesma seja realizada com eficiência, para isto serão feitas as seguintes mudanças de variáveis e escolhidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\xi = \frac{x}{L} \qquad 0 \le \xi \le 1$$

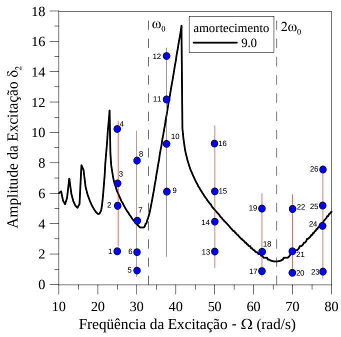
$$w = \frac{W}{L} \quad \tau = \frac{\rho A_s L^4}{EI} \qquad \eta = \frac{KL^3}{EI} \qquad \delta_1 = \frac{P_0 L^2}{EI} \qquad \delta_2 = \frac{P_t L^2}{EI}$$

Usando-se as expressões acima chega-se ao seguinte funcional

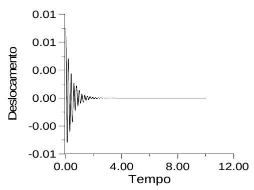
$$L_p = \int_0^1 \frac{1}{2}\tau w_{,t}^{\,2} d\xi - \frac{1}{2}\int_0^1 w_{,\xi\xi}^{\,2} d\xi - \frac{1}{2}\int_0^1 w_{,\xi\xi}^{\,2} w_{,\xi}^{\,2} d\xi - \frac{1}{8}\int_0^1 w_{,\xi\xi}^{\,2} w_{,\xi}^{\,4} d\xi$$
$$- \frac{1}{2}\eta\left[\int_0^1 \left(\frac{1}{2} w_{,\xi}^{\,2} + \frac{1}{8} w_{,\xi}^{\,4}\right) d\xi\right]^2 + \left(\delta_1 + \delta_2 \cos(\Omega t)\right)\int_0^1 \frac{1}{2} w_{,\xi}^{\,2} d\xi$$
$$+ \left(\delta_1 + \delta_2 \cos(\Omega t)\right)\int_0^1 \frac{1}{8} w_{,\xi}^{\,4} d\xi$$

EXEMPLO

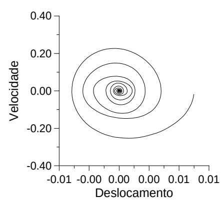
Fronteira de estabilidade paramétrica da coluna.



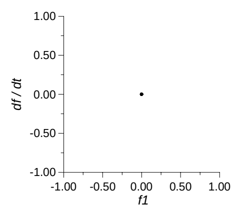
Ponto 1 :



(i)Resposta no Tempo

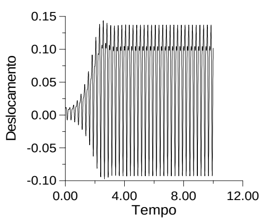


(ii) Espaço Fase

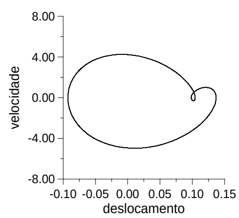


(iii) Seção de Poincaré

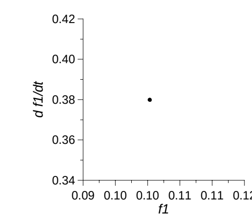
Ponto 3 :



(i)Resposta no Tempo

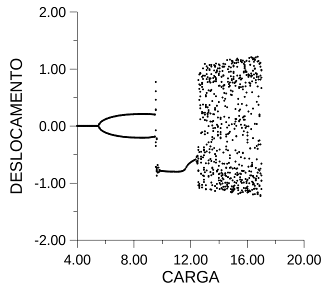


(ii) Espaço Fase

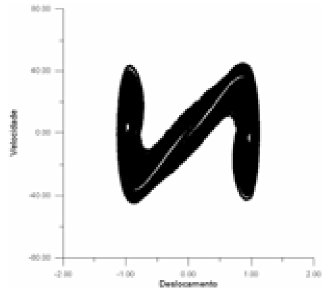


(iii) Seção de Poincaré

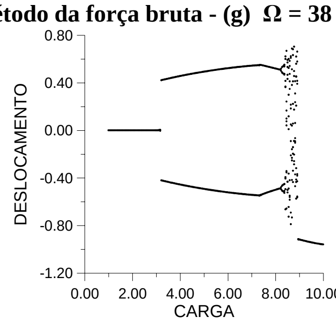
Ponto 4 :



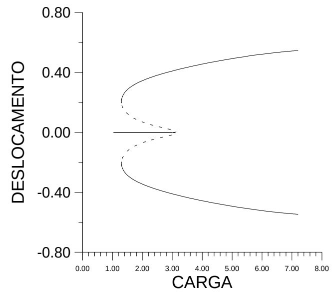
Método da força bruta - (g) Ω = 38 rad/s



Seção de poincare - Ω = 38 rad/s



Método da força bruta - Ω = 75 rad/s



Método da continuação - Ω = 75 rad/s

CONCLUSÃO

Baseado na formulação de Navier, foi derivado um modelo matemático com três graus de liberdade para descrever as vibrações não-lineares e a instabilidade de uma coluna bi-apoiada sobre base elástica e carregada axialmente. Os resultados mostram os diversos fenômenos não-lineares presentes no espaço de controle (freqüência-amplitude de excitação).

Na presença de amortecimento, as regiões de ressonância paramétrica diminuem sendo o aumento do coeficiente de amortecimento da estrutura uma estratégia que pode ser usada para o controle da ressonância paramétrica. Observa-se, através das respostas no tempo, uma diversidade de comportamentos da coluna, que pode apresentar soluções com período igual ao da força excitadora, duplicação de período, ou até mesmo, movimentos caóticos.

Foram calculadas as respostas no tempo, as seções de Poincaré e os mecanismos de escape do sistema, usando o método da força bruta e o método da continuação. Foi possível observar soluções de período 1T , 2T, 4T bem como vibrações caóticas, provenientes dos diagramas de bifurcação usando o método da força bruta. O método da continuação permitiu observar bifurcações super-críticas e sub-críticas mostrando os ramos estáveis e instáveis das soluções.

Observa-se uma forte não-linearidade proveniente da formulação da coluna e a influência exercida pela base elástica nas vibrações não-lineares do sistema.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

- BALACHANDRAN, B. e NAYFEH, A. H., Applied Nonlinear Dynamics: Analytical, Computational, and Experimental Methods, John Wiley & Sons, Inc, New York: 1995.