

# Um estudo da Influência dos Parâmetros de Projeto sobre o Espaço de Trabalho de Robôs Manipuladores 3R

ALVES, Thiago Rodrigo<sup>1</sup>; BERGAMASCHI, Paulo Roberto<sup>2</sup>

Palavras-chaves: Robôs Manipuladores, Espaço de Trabalho, Singularidades, Envoltória.

## 1. Introdução (justificativa e objetivos)

O robô manipulador 3R é freqüentemente utilizado nas indústrias, principalmente na realização de tarefas repetitivas, e é constituído por três juntas rotacionais, veja Fig 1.1. O estudo de seu espaço de trabalho é fundamental para o seu projeto. Neste estudo é importante analisar a sua envoltória.

Neste trabalho, analisou-se a influência dos parâmetros de projeto  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  no formato da envoltória e, conseqüentemente, do espaço de trabalho e, também, quanto a presença ou não de singularidades (pontos de cúspides) na envoltória e de vazios neste espaço de trabalho. Vazios são regiões do espaço de trabalho não atingíveis pelo efetuador do manipulador.

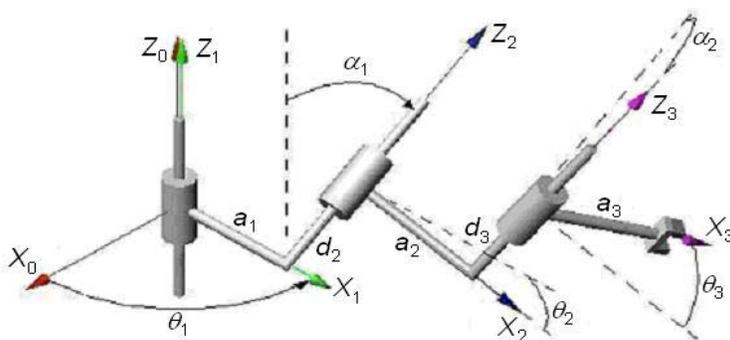


Figura 1.1. Esquema cinemático de um robô manipulador 3R.

## 2. Metodologia

A modelagem geométrica deste robô pode ser obtida através do método de Denavit-Hartenberg (ALVES, 1988), que consiste na representação de um sistema de coordenadas acoplado a um membro do robô em relação ao sistema acoplado no membro vizinho, por intermédio de matrizes de transformação homogênea.

Após o uso das matrizes de transformação homogênea para representar um ponto da extremidade do robô em relação a sua base e efetuando algumas manipulações algébricas (CECCARELLI, 1996), obtém-se que a seção radial,

<sup>1</sup>Bolsista de Iniciação Científica do Curso de Matemática do CaC-UFG, [tralves\\_mat@yahoo.com.br](mailto:tralves_mat@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Professor orientador, do Curso de Matemática do CaC-UFG, [prbergamaschi@gmail.com](mailto:prbergamaschi@gmail.com)

obtida com a projeção do espaço de trabalho no plano radial  $rz$ , é coberta por uma família  $f$  de curvas planas representada pela função

$$f(r, z, \theta_3) = [r^2 + z^2 - A]^2 + [Cz + D]^2 + B = 0 \quad (2.1)$$

onde

$$\begin{aligned} A &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + d_2^2 + d_3^2 + 2a_2a_3C\theta_3 + 2d_2d_3C\alpha_2 - 2d_2a_3S\theta_3S\alpha_2; \\ B &= -4a_1^2[(a_3C\theta_3 + a_2)^2 + (a_3S\theta_3C\alpha_2 + d_3S\alpha_2)^2]; \\ C &= 2a_1/S\alpha_1; \\ D &= -2a_1(-a_3S\theta_3S\alpha_2 + d_3C\alpha_2 + d_2)C\alpha_1/S\alpha_1. \end{aligned}$$

BERGAMASCHI et al. (2006) apresenta um teorema em que uma condição necessária e suficiente para que a envoltória de uma família  $f$  de curvas seja regular (não apresenta singularidades), é que  $\partial^2 f / \partial \theta_3^2 \neq 0$ .

Foram desenvolvidos programas em linguagem Matlab<sup>®</sup> para a determinação e plotagem da envoltória de manipuladores 3R, juntamente com as curvas que caracterizam a formação destas envoltórias e, também, que plota o gráfico da derivada segunda da função  $f$ , dada em (2.1), em relação a  $\theta_3$ .

Realizou-se análises experimentais em relação aos parâmetros de projeto na tentativa de encontrar algum intervalo ou situação que caracterizasse a formação de singularidades na envoltória ou de vazios no espaço de trabalho do robô manipulador 3R. Nas análises experimentais os parâmetros de projeto lineares  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $d_2$  e  $d_3$  assumiram valores entre 0 e 1 e os parâmetros angulares entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Nesta análise utilizou-se programas desenvolvidos em Matlab<sup>®</sup>, onde os dados de entrada eram os parâmetros de projeto e os dados de saída eram figuras como ilustradas abaixo:

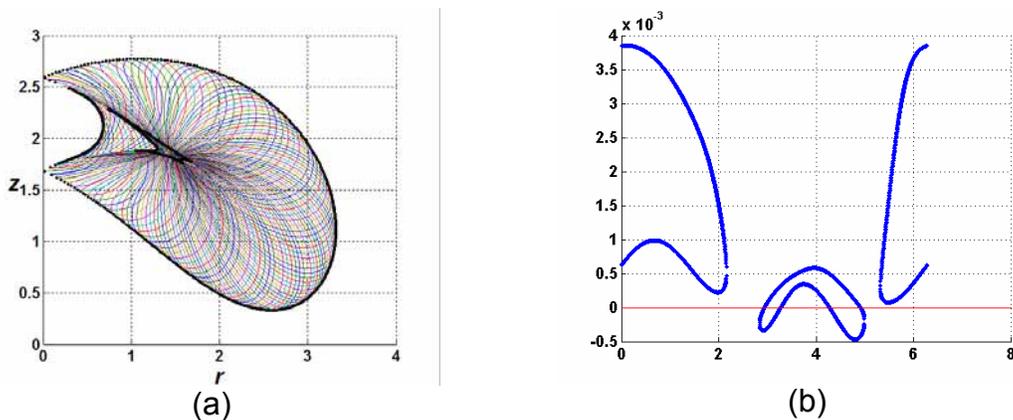


Figura 2.1. (a) Envoltória e família de curvas; (b) Gráfico da derivada segunda de  $f$  em relação a  $\theta_3$ .

### 3. Resultados e Discussão

Um primeiro resultado obtido com a análise experimental é que em um determinado caso sempre ocorre a existência de singularidades e não existência de vazios. Neste caso tem-se que os parâmetros de projeto lineares são iguais e os parâmetros de projeto angulares também o são. Um exemplo dessa situação é dado pelos parâmetros de projeto abaixo e mostrado na Fig 2.1.

$$a_1 = 1.0, \quad a_2 = 1.0, \quad a_3 = 1.0, \quad d_2 = 1.0, \quad d_3 = 1.0, \quad \alpha_1 = 29^\circ \quad \text{e} \quad \alpha_2 = 29^\circ.$$

Verificou-se também, através de análises experimentais, que o parâmetro que dá a distância entre a terceira junta e o efetuador do manipulador 3R ( $a_3$ ), na maioria dos casos, contribui com o surgimento de singularidades, sendo que em muitos casos este parâmetro determina dois subintervalos no intervalo  $[0, 1]$ . De modo que, quando o parâmetro  $a_3$  assume valor em um destes subintervalos o manipulador contém singularidades e no outro não. Percebeu-se que em alguns casos particulares, não ocorre esta divisão em dois subintervalos, parecendo que nestes casos a influência de  $a_3$  não se dá sozinha, dependendo, também, da variação de outros parâmetros. No entanto, ainda não foi possível determinar as condições necessárias em que tal influência ocorre.

### 4. Conclusão

Neste trabalho, verificou-se a influência que os parâmetros de projeto exercem no formato da envoltória, na existência de singularidades (pontos de cúspides) e na existência ou não de vazios. Os resultados foram observados apenas experimentalmente (numericamente) e, portanto, é necessária uma análise mais cuidadosa, o que se pretende realizar em pesquisas futuras.

Aproveitando o conhecimento adquirido com esta pesquisa, pretende-se estudar sobre as trajetórias do robô manipulador 3R, com o objetivo de obter a trajetória ótima. Inclusive, o projeto para o desenvolvimento de tal pesquisa já foi aprovado pelo Programa Institucional de Iniciação Científica – PIBIC, para o período de Agosto/2006 a Julho/2007.

### 5. Referências Bibliográficas

ALVES, J. B. M.: “Controle de robôs”. Campinas, SP: CARTGRAF, 1988.

BERGAMASCHI, P. R., NOGUEIRA, A. C. and SARAMAGO, S. F. P., “Design and Optimization of 3R Manipulators Using the Workspace Features”, Applied Mathematics and Computation, Elsevier, Estados Unidos, v. 172, p. 439-463, 2006.

CECCARELLI, M., “A Formulation for the Workspace Boundary of General N-Revolute Manipulators”, IFToMM Journal Mechanism and Machine Theory, Vol. 31, N° 5, pp. 637-646, 1996.