

Superfícies Mínimas e Minimizantes

REIS, Alberto Santos dos; **CASTRO** Helvécio P. de.

1. INTRODUÇÃO (justificativa e objetivos)

Abordar os conceitos fundamentais de superfícies regulares, da geometria da aplicação de Gauss e da geometria intrínseca das superfícies enfocando aspectos locais e globais. Propomos nesse plano, dar continuidade a essa pesquisa, enfocando especificamente as propriedades de superfícies mínimas. Desenvolverá os conceitos fundamentais de superfícies regulares, tratando dos conceitos de curvatura gaussiana e curvatura média como generalização da curvatura de curvas, e abordando os aspectos variacionais das superfícies mínimas.

2. METODOLOGIA

A abordagem será feita através do desenvolvimento da base teórica e por meio da pesquisa bibliográfica. O procedimento a ser seguido pelo aluno, será o desenvolvimento do tema, e encontro semanal com o orientador.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Curvas diferenciáveis

Definição:

Curvas regulares são aquelas cujo vetor velocidade nunca se anula e por isso tem uma direção tangente a curva bem definida em cada instante. Entenderemos por curva uma curva parametrizada regular de classe C^∞ .

Exemplos:

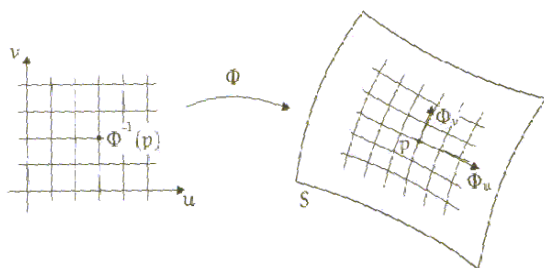
A circunferência $\alpha(t) = (\cos t, \sin t)$ o trevo $\alpha(t) = (\cos 3t \cos t, \cos 3t \sin t)$ e a hélice $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, t)$.

Superfície Regular

Um Subconjunto S de \mathbb{R}^3 diz-se uma *superfície regular* se, para cada $p \in S$, existirem uma vizinhança aberta $V \subseteq \mathbb{R}^3$ de p , um aberto $U \subseteq \mathbb{R}^2$, e uma bijeção $\Phi: U \rightarrow V \cap S$ com as seguintes propriedades:

- i. Φ é de classe C^∞ ;
- ii. Φ é um homeomorfismo (ou seja, sua inversa $\Phi^{-1}: V \cap S \rightarrow U$ é contínua).

iii. para qualquer $q \in U$ a matriz jacobiana $J\Phi(q)$ tem posto dois. Uma aplicação Φ com estas três propriedades tem um nome de parametrização com ou sistema (local) de coordenadas de S . Denotamos habitualmente os pontos de U por (u,v) , de modo que u e v são parâmetros locais de S e as derivadas parciais de Φ se denotam por Φ_u e Φ_v . Estes vetores representam as velocidades das curvas coordenadas, que são as curvas obtidas fixando um dos parâmetros e fazendo variar o outro. Além disso as colunas da matriz $J\Phi(u,v)$ são precisamente Φ_u e Φ_v , de modo que a condição iii. Acima exprime que, para cada $(u,v) \in U$, Φ_u e Φ_v são linearmente independentes.



4. CONCLUSÃO

Como resultado teve o aprendizado do aluno sobre curvas e superfícies regulares que foi desenvolvido com o estudo de conceitos básicos disponíveis na bibliografia deste e com acompanhamento do orientador.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Araújo, P.V., Geometria Diferencial, Coleção Matemática Universitária, IMPA, 1998.
- [1] B. W. Char, First Leaves: A tutorial introduction to Maple, Springer-verlag, 1992.
- [3] do Carmo, M. P., Superfícies Mínimas, 16^o Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1987.

FONTE DE FINANCIAMENTO – CNPq/PIBIC
