

Introdução

A programação semidefinida (SDP) pode ser vista como uma generalização da programação linear (LP). De acordo com [14] os problemas da (SDP) foram formulados primeiramente por Belman and Fan (1963). Contudo só despertaram a atenção dos pesquisadores nos anos noventa. O interesse está em duas motivações. A primeira é a variedade de aplicações. Existem muitos problemas que através de transformações adequadas produzem um problema de (SDP). A segunda é a descoberta de várias famílias de algoritmos de tempo polinomial devido as contribuições de Nesterov and Nemirovski (1992) e também de Alizadeh (1995).

Revisão da Literatura

- M.J. TODD, *Semidefinite optimization* in Acta Numerica 10 (2001), pp. 515–560

Esta é a referência mais acessível para uma introdução à trajetória central em (SDP). O autor evita ao máximo usar conceitos de programação convexa (CP) para construir as bases teóricas da programação semidefinida. Prova disso é que o autor demonstra o teorema da dualidade forte sem usar o *Lema de Farkas*.

- HIRIOT-URRUTY, JEAN-BAPTISTE AND LEMARÉCHAL, CLAUDE *Convex Analysis and Minimization Algorithms* ISpringer-Verlag.

Dentre as quatro versões do Lema de Farkas apresentadas nesta referência obtemos uma quinta versão que melhor se adapta aos nossos propósitos.

- E. DE KLERK. *Aspects of semidefinite programming: interior point algorithms and selected applications*. Applied Optimization Series 65. Kluwer Academic Press, Dordrecht, The Netherlands, 2002.

Destacamos desta referência a prova da diferenciabilidade e convexidade da barreira logarítmica. Tais provas são suscitadas e elegantes. Por envolverem conceitos de análise em espaços euclidianos que exigem longos teoremas para se mostrarem bem definidos, por exemplo o conceito de sub-gradiente, estudamos a diferenciabilidade da barreira logarítmica usando as regras da cadeia em espaços euclidianos.

METODOLOGIA

- Encontros semanais com o orientador.
- Apresetações de seminários.
- Curso de verão em análise no $\mathbb{R}^n$.
- Elaboração de exemplos de trajetória central em um PC usando o Maple 7.0 em um PC.

OBJETIVOS

- Obter de maneira precisa as equações de Otimalidade do Problema de programação semidefinida.
- Obter da forma mais simples o sistema de equações que define a Trajetória Central.
- Ilustrar importantes exemplos de Trajetória Central na literatura de Programação Semidefinida.

RESULTADOS

Utilizando o mínimo de pré-requisitos necessários de análise matricial, análise convexa e topologia deduzimos as condições de otimalidade de para programação semidefinida. Da mesma forma obtivemos as equações que definem a trajetória central com respeito à barreira logarítmica. Ilustramos dois exemplos importantes de trajetória central.

Referências

- [1] J. X. DA CRUZ NETO, O. P. FERREIRA AND R. D. C. MONTEIRO, *Asymptotic behavior of the central path for a special class of degenerate SDP problems*, Mathematical Programming, 103, no. 3, 487-514 (2005).
- [2] E. DE KLERK. *Aspects of semidefinite programming: interior point algorithms and selected applications*. Applied Optimization Series 65. Kluwer Academic Press, Dordrecht, The Netherlands, 2002.
- [3] D. GOLDFARB AND K. SCHEINBERG, *Interior point trajectories in semidefinite programming*, SIAM Journal on Optimization, 8 (1998), pp. 871–886.
- [4] L .M. GRAÑA DRUMMOND AND H. Y. PETERZIL, *The central path in smooth convex semidefinite programs*, Optimization, 51 (2002), pp. 207–233.
- [5] M. HALICKÁ, E. DE KLERK, AND C. ROOS, *Limiting behavior of the central path in semidefinite optimization*, preprint, Faculty of Technical Mathematics and Informatics, TU Delft, NL-2628 CD Delft, The Netherlands, June 2002.
- [6] ———, *Analyticity of the central path at the boundary point in semidefinite programming*, European Journal of Operational Research, 143 (2002), pp. 311–324.
- [7] ———, *On the convergence of the central path in semidefinite optimization*, SIAM Journal on Optimization, 12 (2002), pp. 1090–1099.
- [8] J.-B. HIRIART-URRUTY AND C. LEMARÉCHAL, *Convex Analysis and Minimization algorithms I*, vol. 305 of Comprehensive Study in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [9] R.A. HORN, C.R. JOHNSON,, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press (1985).
- [10] M. KOJIMA, S. SHINDOH, AND S. HARA, *Interior-point methods for the monotone semidefinite linear complementarity problem in symmetric matrices*, SIAM Journal on Optimization, 7 (1997), pp. 86–125.

-
- [11] Z.-Q. LUO, J. F. STURM, AND S. ZHANG, *Superlinear convergence of a symmetric primal-dual path-following algorithm for semidefinite programming*, SIAM Journal on Optimization, 8 (1998), pp. 59–81.
 - [12] R. MONTEIRO AND M. J. TODD, *Path-following methods for semidefinite programming*, in Handbook of Semidefinite Programming, R. Saigal, L. Vandenberghe, and H. Wolkowicz, eds., Kluwer Academic Publishers, Boston-Dordrecht-London, 2000.
 - [13] G. SPORRE AND A. FORSGREN, *Characterization of the limit point of the central path in semidefinite programming*, Technical Report TRITA-MAT-2002-OS12, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, SE-100 44 Stockholm, Sweden, June 2002.
 - [14] M.J. TODD, *Semidefinite optimization* in Acta Numerica 10 (2001), pp. 515–560