Título: Soluções tipo solitons para equações de evolução.
Autor: Ana Paula F. Machado **e-mail:**anapfmat@hotmail.com
Unidade Acadêmica: Instituto de Matemática e Estatística.
Palavras-chave:solitons, kdv, evolução.

1 Introdução

A idéia inicial deste trabalho consiste em exibir soluções do tipo solitons para algumas equações diferenciais parciais de evolução.Verificou-se algumas propriedades da equação KdV, sendo a principal delas a existência de leis de conservação.Mostrou-se que autovalores do operador de Schrödinger $L = D^2 + \frac{1}{6}u$ com potencial $u(x,t)$ satisfazendo a KdV são constantes em relação ao tempo. Apartir disto e usando um operador anti-simétrico B_i, exibiu-se uma família de equações, conhecidas como a hierarquia de Lax para a KdV. Concentrando no estudo do método do espalhamento inverso tendo como suporte as referências [1] e [2],descreveu-se este método o que foi utilizado por nós neste trabalho para exibir estas soluções.

2 Metodologia

- Uso do acervo bibliográfico;
- Estudo individual e exposições semanais para o orientador;
- Apoio computacional(como LATEX, MAPLE).

3 Resultados e Discussão

3.1 A hierarquia de Lax para a KdV

Os autovalores do operador de Schrödinger $L = D^2 + \frac{1}{6}u$, onde u satisfaz a equação KdV, são leis de conservação para esta equação, e apartir daí estabeleceremos a hierarquia de Lax [3] para esta equação.

3.2 Método do Espalhamento Inverso

Este método fornece obter soluções explícita do tipo solitons e informações qualitativas para soluções gerais.

O problema de valor inicial considerado é

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0, \qquad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = f(x), \qquad x \in \mathbb{R}, \tag{2}$$

onde f satisfaz as condições

$$\sum_{i=0}^{4} \int_{\mathbb{R}} \left| \frac{\partial^i f}{\partial x^i}(x) \right|^2 dx < \infty \tag{3}$$

$$\int_{\mathbb{R}} (1 + |x|)|f(x)| dx < \infty. \tag{4}$$

A primeira condição garante a existência de solução clássica para a KdV.

Teorema 1. *Se v é uma solução de*

$$v_t - 6v^2 v_x + v_{xxx} = 0, \tag{5}$$

então

$$u = v^2 + v_x \tag{6}$$

é solução de

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0. \tag{7}$$

3.3 Potenciais sem reflexão

O Método do Espalhamento Inverso pode ser melhor exemplificado se escolhermos o problema de valor inicial tal que $u(x,0) = sech^2 x$.

Exemplo 1. ***Solução tipo dois-solitons***

Neste exemplo faremos, o uso do problema do espalhamento. Assim consideraremos o problema de valor inicial

$$u(x,0) = -6sech^2, x$$

Obtendo então a solução da equação KdV que pode ser expressa por como

$$u(x,t) = -12\frac{3 + 4\cosh(2x - 8t) + \cosh(4x - 64t)}{[3\cosh(x - 28t) + \cosh(3x - 36t)]^2}.$$

Conclusão

Dado o problema de valor inicial conveniente, primeiramente resolvemos o problema de autovalor

$$\psi_{xx} + (\lambda - f(x))\psi = 0$$

obtendo $\lambda_n(0)$, $c_n(0)$, e $b(k,0)$.

E utilizando o Método do Espalhamento Inverso encontramos uma solução tipo 2-solitons para a equação da KdV da forma

$$u(x,t) = -12\frac{3 + 4\cosh(2x - 8t) + \cosh(4x - 64t)}{[3\cosh(x - 28t) + \cosh(3x - 36t)]^2}.$$

Referências

[1] Drazin, P. G. e Johnson, R. S. , *Solitons: an Introduction*, Cambridge University Press, Cambridge 1989.

[2] Gardener, C. S. e Kruskal, M. D. e Greene, J. M. e Miura, R. M. , *Koteweg-de Vries Equation and Generalizations. VI. Methods for Exact Solutions*, Comm. Pure Appl. Math., 27,(1974) pp. 97-133.

[3] Lax, P. D. , *Integral of nonlinear equation of evolution and solitary waves*, Comm. Pure Appl. Math., 21 (1968) pp. 467-490.

Fonte de financiamento:CNPQ