

Título: Programação Linear Inteira.

Autores: Marlon Wisner Valgas e Rosely Maria Barbosa Goes.

e-mail: marlonwisner@yahoo.com.br.

Unidade Acadêmica: Instituto de Matemática e Estatística.

Palavras-chave: Programação Linear, Programação Inteira, Otimização.

1 Introdução

Nosso trabalho consiste em estudar os Problemas de Programação Linear Inteira. Estes problemas consistem em otimizar uma função linear sujeita a um conjunto de igualdades (ou desigualdades) lineares. Em outras palavras um Problema de Programação Linear Inteira consiste em:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & z = c^T x \\ \text{Sujeito a:} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \text{ e inteiro} \end{aligned}$$

onde $c \in R^n$, $b \in R^m$, $m \leq n$, $A \in R^{m \times n}$ é uma matriz de rank máximo.

Para realização desse estudo foi necessário, primeiramente, estudar os Problemas de Programação Linear, estes problemas consistem em otimizar uma função linear sujeita a um conjunto de igualdades (ou desigualdades) lineares onde as soluções podem ser contínuas. De fato resolver um Problema de Programação Linear é mais simples do que resolver um Problema de Programação Linear Inteira. Para solucionar os Problemas de Programação Linear foi estudado o Método Simplex, um algoritmo baseado no ferramental da Álgebra Linear que através de iterações busca melhorar o valor da função objetivo. Não é possível solucionar um Problema de Programação Linear Inteira, simplesmente através da aplicação do Método Simplex. Pode-se conseguir exemplos em que a solução encontrada através do método Simplex é bem diferente da solução ótima. Para solucionar os Problemas de Programação Linear Inteira estudamos o Método *Branch and Bound*. A idéia básica da técnica é a seguinte.

Suponhamos que a função objetivo deva ser minimizada. Suponhamos que um limite superior no valor ótimo da função objetivo esteja disponível, ou seja, que temos uma solução viável inicial. O primeiro passo é subdividir o conjunto de todas as soluções viáveis em diversos subconjuntos e, para cada um, obter um limite inferior para o valor da função objetivo das soluções dentro do respectivo conjunto. Aqueles subconjuntos cujos limites inferiores excedam o limite superior corrente no valor da função objetivo serão, então, excluídos de futuras considerações. (Um subconjunto que seja excluído por esta ou outras razões legítimas é dito ser *sondado*.) Um dos subconjuntos *remanescentes*, digamos, aquele com menor limite inferior, será, então, novamente subdividido em diversos outros subconjuntos. Seus limites inferiores serão obtidos, um de cada vez, e serão usados como anteriormente, para excluir alguns destes subconjuntos de futuras considerações. Dentre todos os subconjuntos remanescentes, um é selecionado para nova subdivisão, e assim por diante.

Um exemplo de Problema de Programação Linear Inteira pode ser dado por:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & -x_1 - 2x_2 \\
 \text{Sujeito a:} & x_1 + x_2 + x_3 = 40 \\
 & 2x_1 + x_2 + x_4 = 60 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in Z^+
 \end{array}$$

2 Metodologia

Uso do acervo bibliográfico e estudo individual com exposições semanais para o orientador através de seminários.

3 Resultados e Discussão

Nos estudos foi possível compreender as principais diferenças na obtenção de soluções para os Problemas de Programação Linear e para os Problemas de Programação Linear Inteira.

4 Conclusões

Durante a realização do trabalho foi possível relacionar os problemas de modo a concluir um estudo paralelo, o que ajudou muito na compreensão das propriedades dos problemas.

Referências

- [1] BAZARAA, M. S., JARVIS, J. J., SHERALI, H. D. *Linear Programming and Network Flows*, Nova York, J. Wiley, 1977.
- [2] BAZARRA, M.; SHETTY, C. M. *Nonlinear programming: theory and algorithms.*, Nova York, John Wiley and Sons, 1979.
- [3] BREGALDA, P. F., OLIVEIRA, A. A. F., BORNSTEIN, C. T. *Introdução à Programação Linear*, Rio de Janeiro, Ed. Campus, 1981.
- [4] PUCCINI, A. L. *Introdução à Programação Linear*, Livros Técnicos e Científicos (LTC), Rio de Janeiro, 1975.
- [5] GOLDBARG, M. C. e LUNA, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.
- [6] HILLIER, Frederick S, LIEBERMAN, Gerald J. *Introdução à Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro: Editora Campus / São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1988 .

Fonte de financiamento: CNPQ