Título: Programação Não Linear.

Autores: Daniel Mendes Azerêdo e Geci José Pereira da Silva

e-mail: dmendesazeredo@yahoo.com.br

Unidade Acadêmica: Instituto de Matemática e Estatística.

Palavras-chave: Programação sem restrições, Programação com restrições de igualdade e desigualdade.

1 Introdução

Nosso trabalho consiste em estudar algoritmos para resolver problemas de otimização de funções. Inicialmente foram estudados a formulação do problemas de programação não-linear e condições de otimalidade para minimização sem restrições. Em seguida foram estudados tópicos de análise convexa e iniciado o estudo dos algoritmos com buscas direcionais, parte onde foram estudados: direções de descida, modelo de algoritmos e a ordem de convergência destes algoritmos. Depois disso estudamos os modelos clássicos para resolução de problemas de otimização irrestrita, dentre os quais se destacam-se: o método do Gradiente e o método de Newton, métodos os quais apesar de serem de pouca aplicação prática são considerados modelos para outros algoritmos desenvolvidos nos dias atuais. Após o estudos de algoritmos para resolução de problemas irrestritos, passamos a estudar condições de otimalidade para problemas de otimização com restrições, e depois iniciamos o estudo de algoritmos para resolução desses problemas, como o método do Gradiente Projetado, método de Penalidades, método da Barreira e Lagrangeano Aumentado. Além disso foram estudados aspectos da teoria de Dualidade Local.

2 Metodologia

Inicialmente foram estudados a formulação do problema de programação não linear e condições de otimalidade irrestrita além de tópicos de análise convexa, que eram prérequisitos para o desenvolvimento do projeto. Em seguida foram estudados modelos de algoritmos para problemas irrestritos e restritos. O desenvolvimento do projeto foi avaliado semanalmente pelo orientador através de seminários onde foram tiradas dúvidas e discutidos resultados do projeto.

3 Resultados e Discussão

Estamos interessados em métodos de resolução de problemas de otimização da forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & f(x) \\ \text{Sujeito a} & h(x) = 0 \\ & g(x) \leq 0 \end{array} \tag{1}$$

onde $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R},\ h : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ e $g : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$ com $f,\ g,\ h \in C^2$.

3.1 O Método de Penalidades

A idéia do método de penalidades é substituir o problema (1) por um problema irrestrito da forma:

$$\text{Minimizar } f(x) + \tfrac{1}{c}[||h(x)||^2 + máx\{0, g(x)\}]$$

onde c é uma constante positiva.

3.2 O Método de Dualidade Local

A idéia do método de dualidade local é substituir o problema (1) por um problema irrestrito da forma:

$$\text{Minimizar } f(x) + \lambda^t h(x) + \mu^t g(x)$$

onde $\lambda \in \mathbb{R}^m$ e $\mu \in \mathbb{R}^p,\ \mu \geq 0$.

3.3 O Método do Lagrangeano Aumentado

O método do langrangeano aumentado é parecido com uma combinação do método de penalidades com o método de dualidade local, esses dois conceitos trabalham juntos afim de eliminar desvantagens associadas com cada um desses métodos sozinhos. A implementação desse método consiste em substituir o problema (1) pelo problema:

$$\text{Minimizar} \quad f(x) + \lambda^t h(x) + \tfrac{c}{2}||h(x)||^2 + \tfrac{1}{2c}\textstyle\sum_{j=1}^{p}\{(max\{0, \mu_j + cg_j(x)\} - \mu_j^2\}$$

Proposição 3.1. *Suponha que as condições de segunda ordem para mínimo local são satisfeitas por* $(x^\star, \lambda^\star)$*. Então existe um* $\mu^\star$ *tal que para todo* $\mu \geq \mu^\star$*, o Lagrangeano aumentado*

$$L_A(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^t h(x) + \tfrac{c}{2}||h(x)||^2 + \tfrac{1}{2c}\textstyle\sum_{j=1}^{p}\{(max\{0, \mu_j + cg_j(x)\} - \mu_j^2\}$$

tem um ponto $x^\star$ *de mínimo local.*

Referências

[1] Bertsekas, D. *Nonlinear programming*, Belmont, Athena Scientific, 1995.

[2] Friedlander, A. *Elementos de Programação Não-Linear*, Campinas, Editora Unicamp, 1994.

[3] Hiriart-Urruty, J.B and Lemarèchal, C. *Convex Analysis and Minimization Algorithms I*, New York, Springer-Verlag, 1993.

[4] Luenberger, D. G. *Linear and nonlinear programming*, Nova York, addison-Wesley Publishing Company, 1986

Fonte de financiamento:Instituto do Milênio